

Развертки комбинированных поверхностей вращения

**Методические указания для студентов направлений подготовки
262000 Технология изделий легкой промышленности,
262200 Конструирование изделий
легкой промышленности**

Иваново 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Ивановская государственная текстильная академия»
(ИГТА)

Кафедра инженерной графики

Развертки комбинированных поверхностей вращения

**Методические указания для студентов направлений подготовки
262000 Технология изделий легкой промышленности,
262200 Конструирование изделий
легкой промышленности**

Иваново 2012

Методические указания предназначены для студентов 1 курса направлений подготовки 262000 Технология изделий легкой промышленности и 262200 Конструирование изделий легкой промышленности очной и заочной форм обучения и могут использоваться при выполнении домашних заданий и графических работ.

Составители: доц. А. Н. Лялина
канд. техн. наук, доц. И.А. Легкова

Научный редактор канд. техн. наук, доц. Т.Н. Фомичева

Введение

Построение разверток вообще и разверток поверхностей вращения в частности – одна из задач, решаемых как в машиностроении, так и в швейной промышленности.

Данные методические указания не содержат большого материала с расчетами и раскладкой выкроек сложных поверхностей. Скорее они призваны дать студенту основные представления о разворачиваемости поверхности, а главное познакомить с минимумом задач, непосредственно связанных с построением разверток, особенно это касается так называемых «неразворачиваемых» поверхностей вращения и задач, которые сами по себе могут представлять интерес и быть использованы при различных геометрических построениях.

1. Развертки линейчатых поверхностей

Построение развертки (выкройки) любой поверхности вращения следует начинать с анализа самой поверхности. Согласно существующей классификации поверхности вращения делятся на *разворачиваемые и неразворачиваемые*.

Определения эти условные и в самом общем виде означают следующее: разворачиваемая поверхность – поверхность, которая без складок, разрывов разворачивается в плоскость на 100%. Неразворачиваемая – поверхность *аппроксимированная*, т. е. замененная бесконечным множеством одинаковых плоскостей.

К числу разворачиваемых поверхностей относятся всего две поверхности – цилиндрическая и коническая. Они еще называются *линейчатыми*, потому что образующая этих поверхностей прямая линия, которая, перемещаясь в пространстве в соответствии с заданной направляющей, описывает цилиндрическую и коническую поверхности (рис. 1).

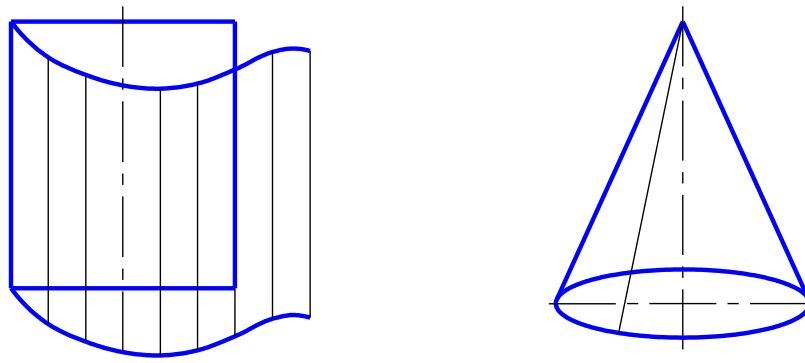


Рис. 1

1.1. Прямой круговой цилиндр

На рис. 2 представлен прямой круговой цилиндр, образующие которого – горизонтально-проецирующие прямые, а направляющей является окружность. Разверткой (выкройкой) боковой поверхности цилиндра будет являться прямоугольник, со сторонами, равными L и C , где $L = H$ – высота цилиндра (длина образующей), а $C = 2\pi R$ – длина окружности основания цилиндра.

Кратчайшее расстояние по поверхности цилиндра между двумя точками A и B можно определить на развертке.

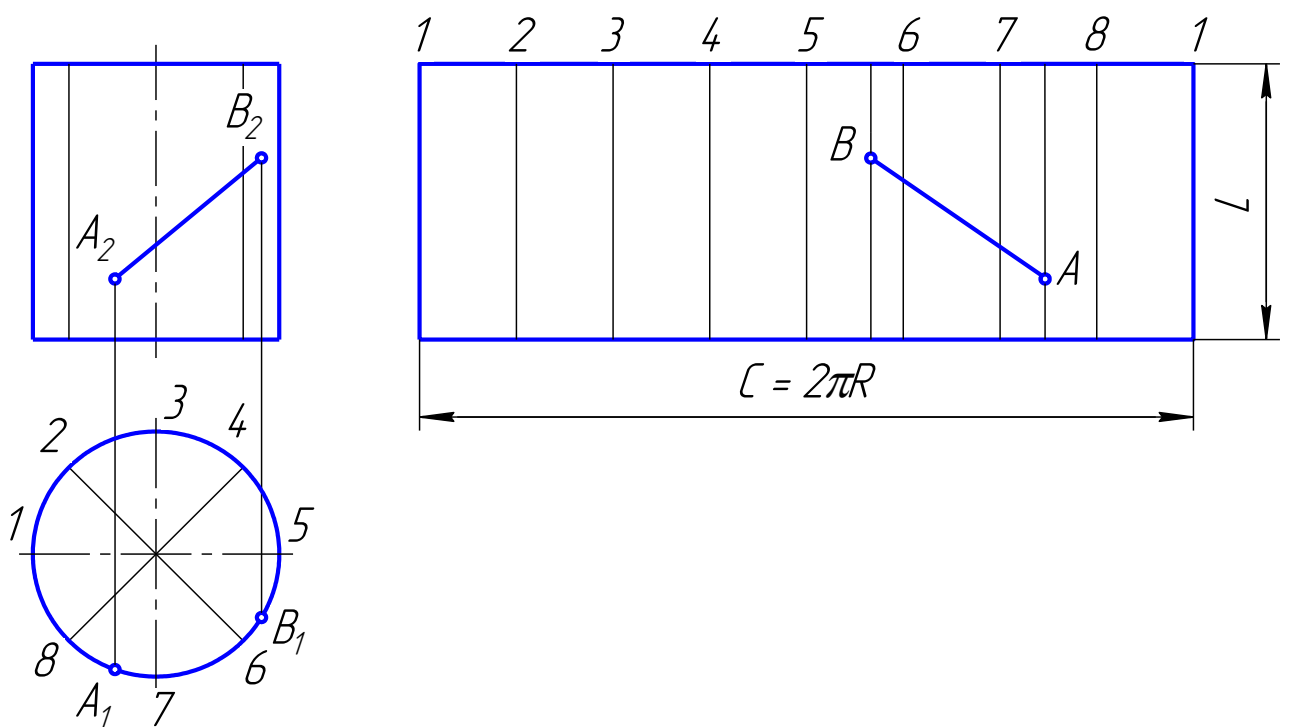


Рис. 2

1.2. Прямой круговой конус

На рис. 3 изображен прямой круговой конус, образующая которого – фронталь f , а направляющей служит окружность основания радиуса R . Разверткой боковой поверхности конуса будет являться сектор, вычерченный в пределах угла α радиусом, равным длине образующей L ($\alpha = R/L \cdot 360$).

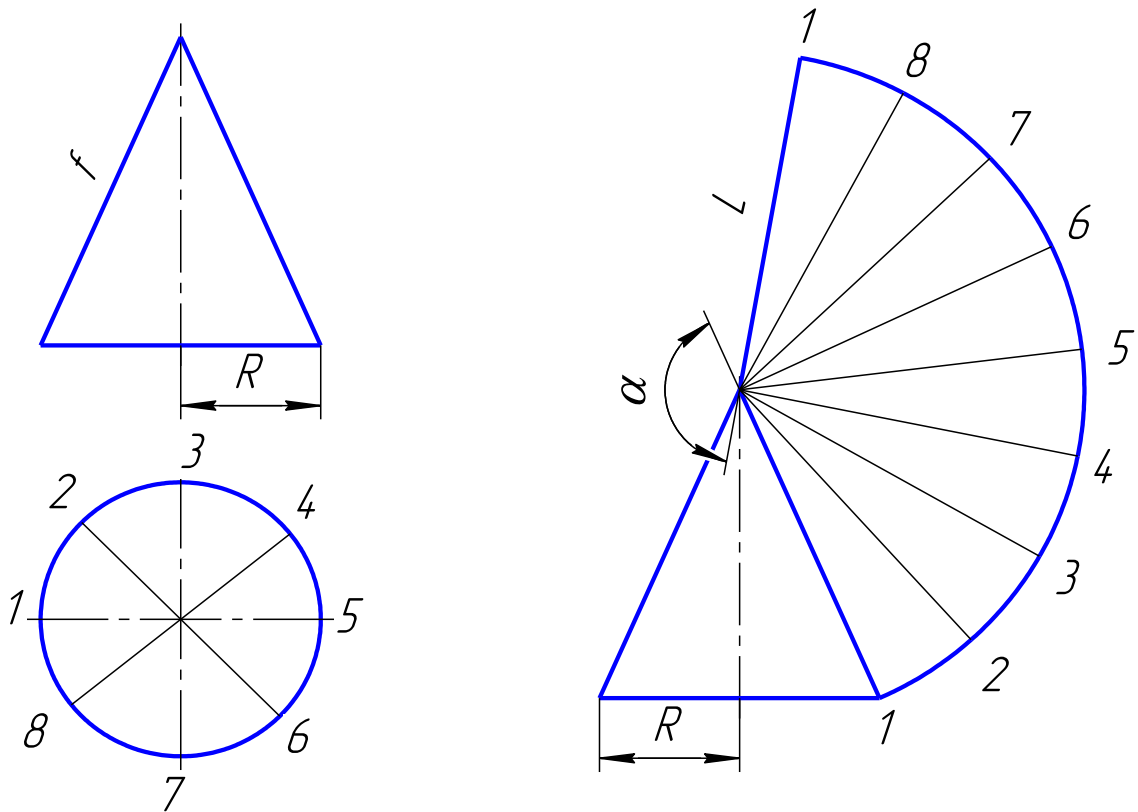


Рис. 3

Для построения любой развертки в первую очередь необходимо иметь все элементы раскроя в натуральную величину. В рассмотренных выше случаях образующими цилиндрической и конической поверхностей являются прямые частного положения, а это означает, что исходные данные для раскроя изначально заданы.

Развертки (выкройки) любых других поверхностей являются условными, приближительными, т. к. образующие этих поверхностей – плоские кривые линии, а это значит, что предварительно, пе-

ред построением развертки следует спрямить криволинейные участки элементов выкройки там, где это необходимо.

2. Спрявление плоских кривых линий

2.1. Спрявление дуги окружности сектора при угле $\alpha = 0^\circ \dots 30^\circ$ (рис. 4 а, б, в)*

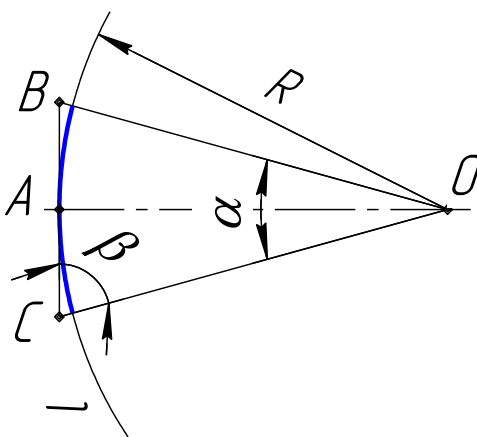


Рис. 4а

Достаточно точное значение длины дуги при небольших диаметрах дает величина касательной, проведенной к окружности в т.А. Это подтверждается простым математическим расчетом. На рис. 4а в ΔOBC сторона $BC = \cup l$. Приравняв значение длины $\cup l$ отрезку касательной BC , можно заметить, что эти две величины очень близки по значению. Пусть $\angle \alpha = 30^\circ$, тогда $\angle \beta = 75^\circ$. По теореме синусов

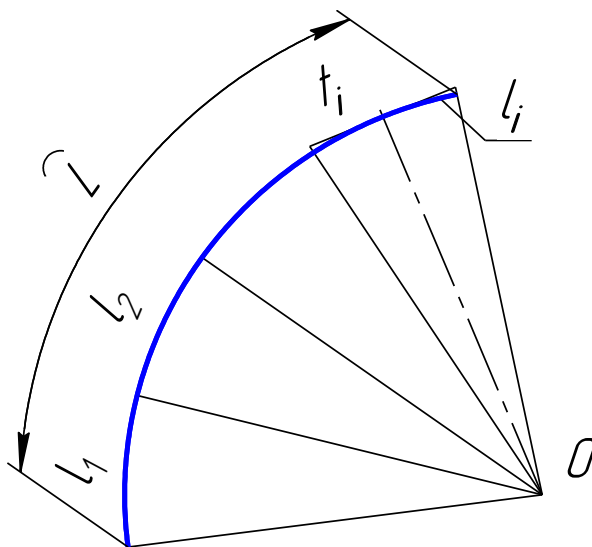
$$\frac{AO(R)}{\sin 75^\circ} = \frac{AC}{\sin 15^\circ} \rightarrow AC = \frac{R \cdot \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ} \cong 0,26 R \rightarrow$$

$$\rightarrow BC = 2 \cdot 0,26 R = 0,52 R;$$

* Спрявляя дуги при углах в пределах $30^\circ \dots 60^\circ$, можно использовать любое из приведенных выше построений (см. пп. 2.1 и 2.2), но предпочтение следует отдавать построению п. 2.1 как наиболее простому.

$$\cup l = \frac{2\pi R}{12} = \frac{\pi R}{6} \cong 0,52R \rightarrow BC \cong \cup l.$$

Этот вариант спрямления дуги является, очень компактным и, главное, – универсальным, т. к. дугу окружности при любом большом угле можно разбить на более мелкие дуги, доведя деление до заданных границ $0^\circ \dots 30^\circ$, и представить спрямленную длину дуги L как сумму касательных составляющих дуг (рис. 4б).



$$L = \sum l_i \cong \sum t_i$$

Рис. 4б

Это же относится и к другому (рис. 4в), еще более точному способу спрямления дуги при угле $\alpha = 0^\circ \dots 40^\circ$.

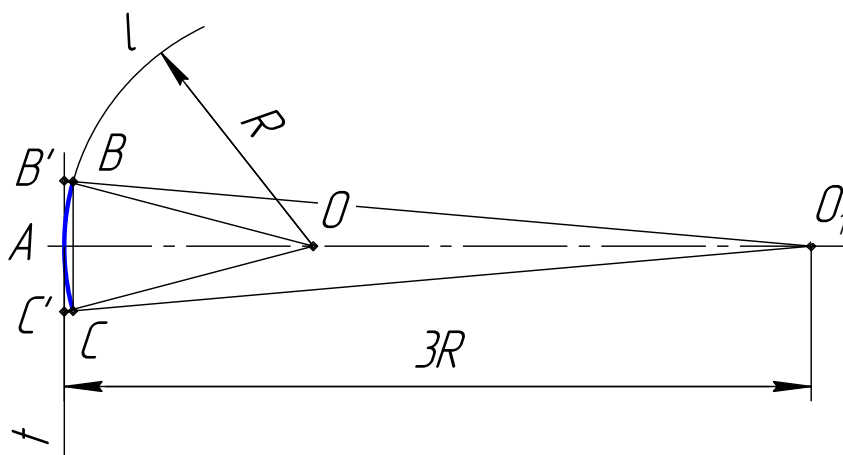


Рис. 4в

Через центр окружности, точку O проводят перпендикуляр OA к хорде BC . От точки A вправо откладывают отрезок $AO_1 = 3R$. Из точки O_1 проводят прямые O_1B и O_1C и продляют их до пересечения с касательной к окружности. Отрезок $C'B'$ дает значение длины дуги l . (Использование этого способа спрямления дуги при решении задач, разбираемых в данных методических указаниях и связанных с построением разверток, нецелесообразно ввиду его некоторой громоздкости).

Указанные в двух выше описанных случаях способы спрямления дуг не очень рациональны при больших углах. Существует еще ряд способов нахождения длины дуги.

2.2. Спрявление дуги окружности при $\alpha > 60^\circ$ (рис. 5)*

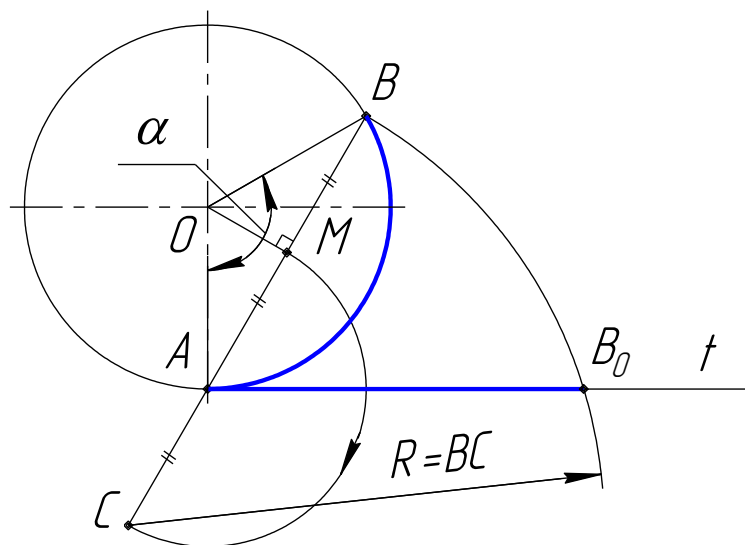


Рис. 5

Соединив точки A и B , получают хорду AB . Из центра окружности, точки O опускают перпендикуляр OM на AB . Точка M разделит хорду AB пополам. На продолжении хорды, стягивающей

* Спрявляя дуги при углах в пределах $30^\circ \dots 60^\circ$, можно использовать любое из приведенных выше построений (см. пп. 2.1 и 2.2), но предпочтение следует отдавать построению п. 2.1 как наиболее простому.

дугу AB откладывают отрезок $AC = AM$. В точке A к окружности проводят касательную $t \perp OA$, радиусу окружности. Из точки C как из центра дугой радиуса $R = BC$ засекают касательную t в точке B_0 . Отрезок AB_0 представляет собой длину спрямленной дуги AB .

2.3. Построение на окружности дуги заданной длины n (рис. 6 а, б)

Эта задача является обратной по отношению к предыдущей (см. п. 2.2). Заданы окружность и отрезок n , который требуется наложить на эту окружность, т. е. представить его в виде дуги.

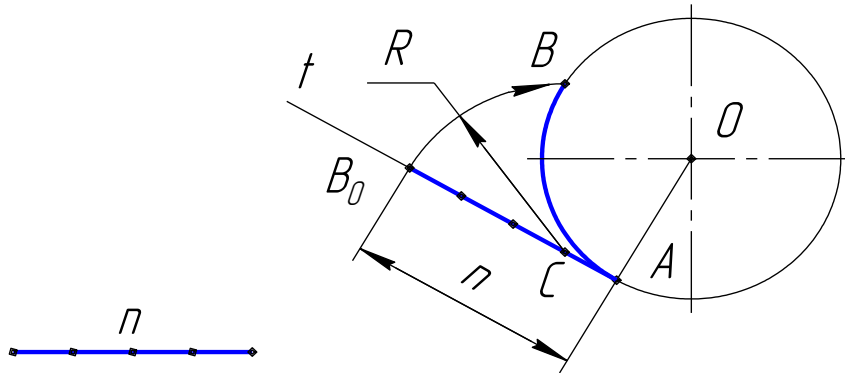


Рис. 6а

В произвольной точке A на окружности проводят касательную $t \perp OA$, на которой откладывают заданный отрезок $n = AB_0$. Делят его на произвольное число равных частей. На рис. 6а каждое деление отрезка AB_0 равно $1/4 n$. Из точки C как из центра радиусом $R = CB_0$ засекают окружность в точке B . Длина дуги $\cup AB$ равна длине отрезка n .

Эта задача может быть использована для деления дуги, в данном случае $\cup AB$, на равные части, но с определенного рода оговорок. Во-первых, и это, пожалуй, самое главное, данные построения могут существовать **только как часть задачи** на постро-

ение развертки. Во-вторых, как и практически любое построение в данных методических указаниях, решение этой задачи носит условный, приближительный характер. И совершенно естественно, что чем меньше габариты развертываемой поверхности, тем точнее данное построение, как впрочем и любое другое. На рис. 6б показано деление дуги АВ.

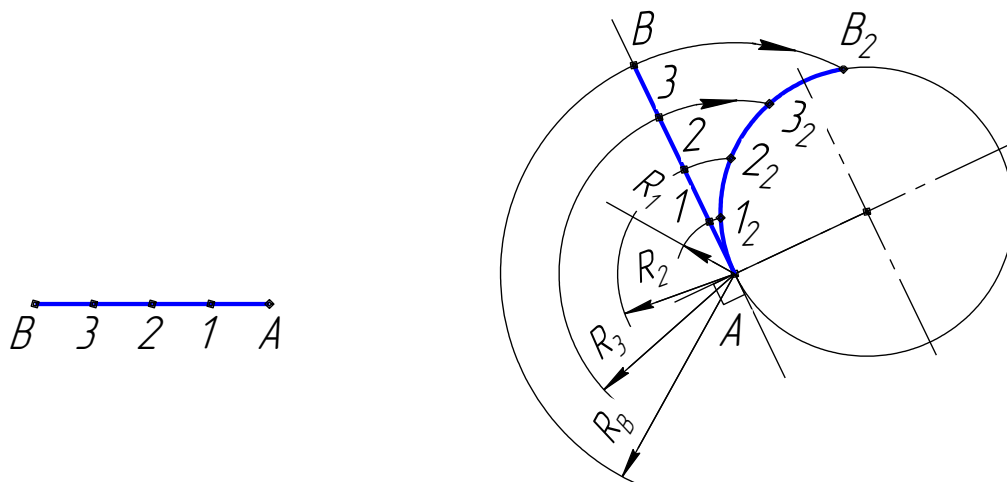


Рис. 6б

2.4. Спрявление полуокружности (рис. 7, 8, 9)

Спрявление полуокружности можно производить тремя способами.

2.4.1. В заданной окружности графически выделяют сектор 30° . Радиус R окружности продляют до пересечения с касательной t к окружности в точке B . От точки B вправо по касательной откладывают отрезок $BC = 3R$. Точку C соединяют с точкой D . Полученный отрезок DC является натуральной величиной длины полуокружности (рис. 7).

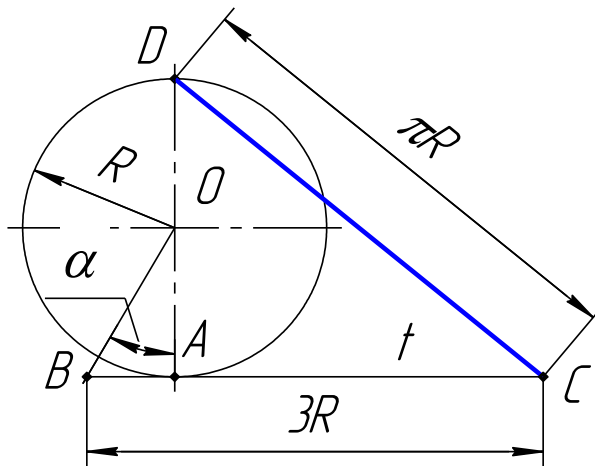


Рис. 7

2.4.2. Строят в заданной окружности стороны вписанных квадрата a_4 и треугольника a_3 . Отрезок B_0D_0 (сумма a_3 и a_4), отложенный на касательной к окружности в точке A , и будет являться длиной полуокружности (рис. 8).

Из $\triangle AOB$ $a_4 = R \cdot \sqrt{2} = R \cdot 1,41$.

Из $\triangle ACD$ $a_3 = R \cdot \sqrt{3} = R \cdot 1,73$.

$a_4 + a_3 = R \cdot \sqrt{2} + R \cdot \sqrt{3} = R \cdot (1,41 + 1,73) = 3,14 R = \pi R$.

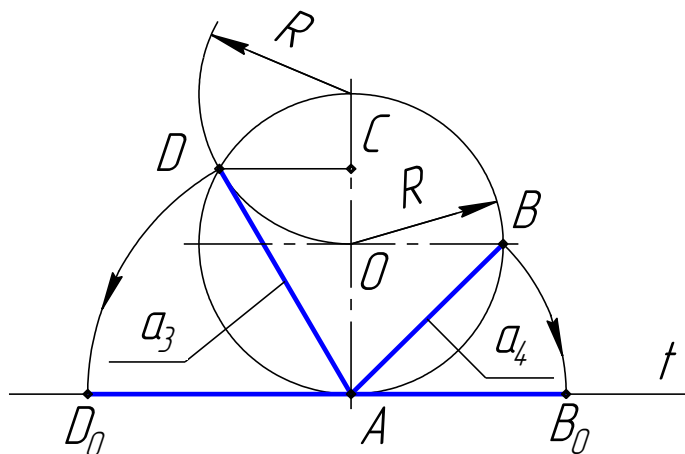


Рис. 8

2.4.3. Из точек C или D , расположенных на заданной окружности, радиусом, равным диаметру окружности, проводят дугу до

пересечения с осью, проходящей через главный диаметр КМ (точка O_1). Через точку М к окружности проводят касательную t . Проведя из точки O_1 лучи O_1C и O_1D и продлив их до пересечения с касательной t , находят точки C_1 и D_1 , расстояние между которыми и будет являться длиной полуокружности (рис. 9).

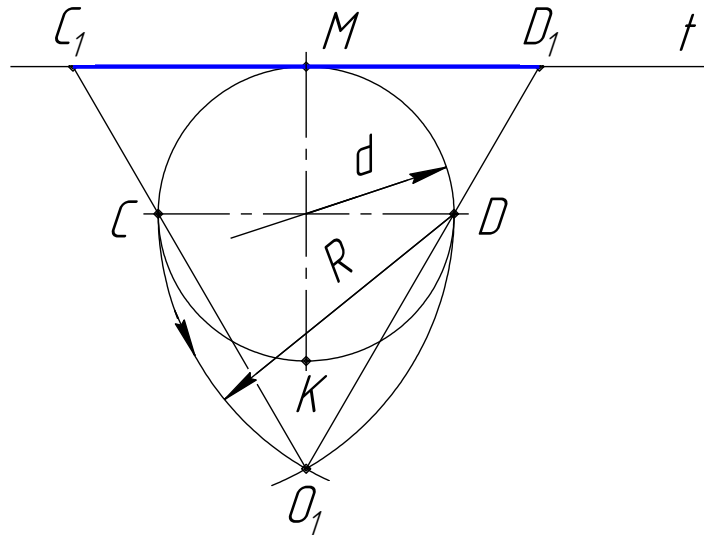


Рис. 9

2.5. Спрявление окружности

Нетрудно заметить, что любое из трех предыдущих построений (см. пп. 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3), выполненное дважды, дает решение данной задачи на спрявление окружности.

3. Построение разверток «неразвертываемых» поверхностей вращения

3.1. Сфера

Построение развертки сферы, как и любой другой «неразвертываемой» поверхности сводится к построению одного, достаточно малого, аппроксимированного «кусочка» заданной поверхности.

На рис. 10 изображена усеченная сфера, для которой нужно построить развертку ее боковой поверхности.

Окружность основания делят на 12 частей (это наиболее оптимальное число в смысле удобства деления). Выделенную 1/12 часть окружности располагают симметрично оси x для того, чтобы поставить ее в проекционную связь с фронтальным изображением.

На фронтальной плоскости проекций для удобства построений достраивают окружность сферы (тонкими линиями). Для нахождения натуральной величины образующей полусферы применяют способ спрямления полуокружности (п. 2.4.1). Отрезок DC графически делят пополам. Полученный отрезок H – спрямленная дуга DE , габаритный размер «кусочка» развертки. Графически делят на три части дугу D_2E_2 и соответствующий ей отрезок H . Каждая из точек (1, 2, E) «лежит» на окружности своего радиуса: т.1 – r_1 , т.2 – r_2 , т.E – r_E . На плоскости Π_1 строят касательные к текущим окружностям в пределах угла 30° . Отложив их на выносном элементе – («кусочке» E_0D_0) и соединив концы этих касательных плавной линией, получают натуральную величину 1/12 развёртки полусферы.

3.2. Тор кольцевой

Развёртка боковой поверхности тора–кольца состоит из двух частей – внешней и внутренней (рис.11). Принцип построения 1/12 развёртки для обеих частей одинаков.

На рис. 11а и рис. 11б изображены 1/n соответственно внешней и внутренней поверхностей развёртки тора.

Одним из вышеперечисленных способов (пп. 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3) спрямляют дугу радиуса R и получают габаритный размер H «кусочка» развёртки тора. Остальные построения аналогичны тем, что были разобраны в п. 3.1 для сферы.

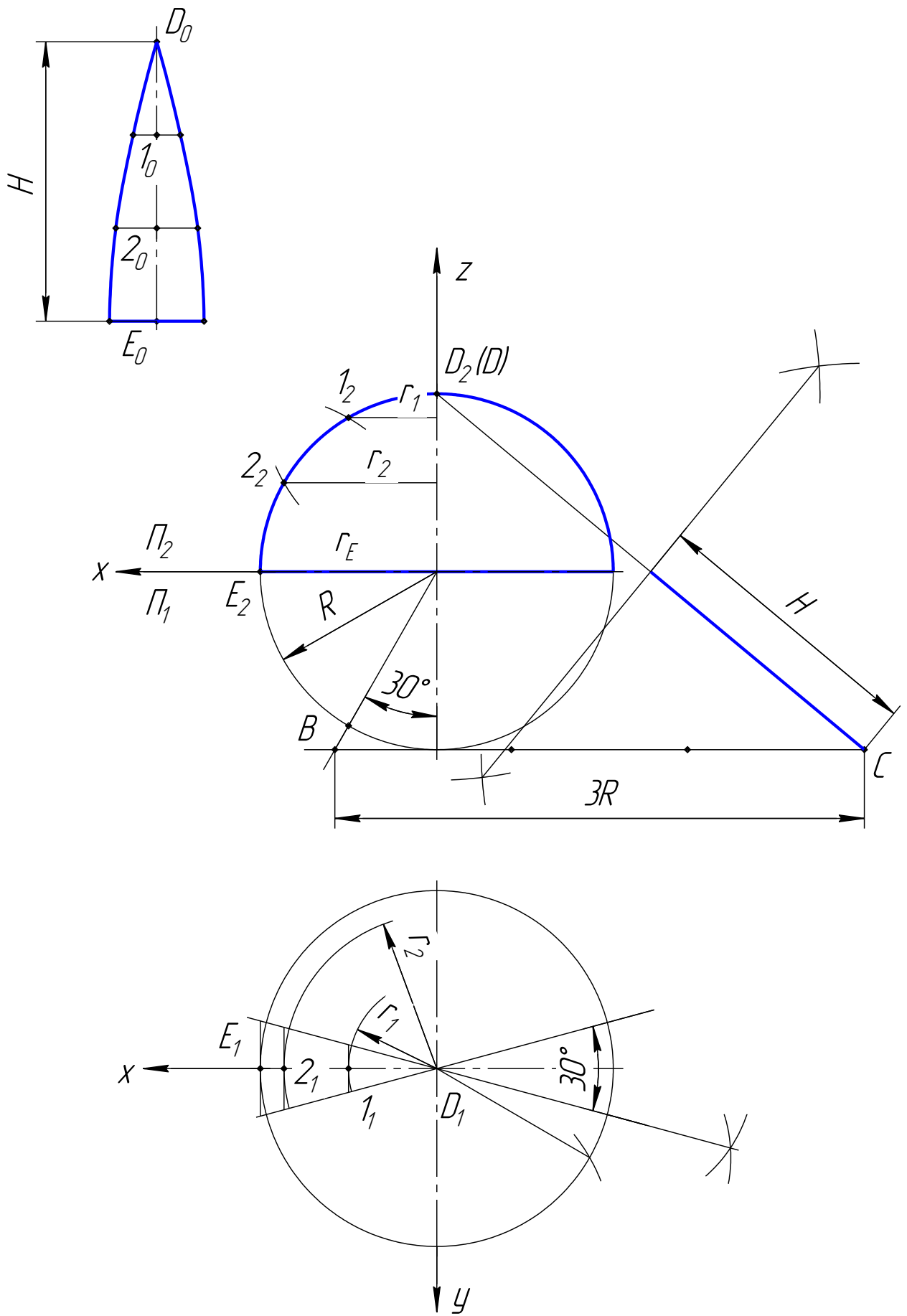


Рис. 10

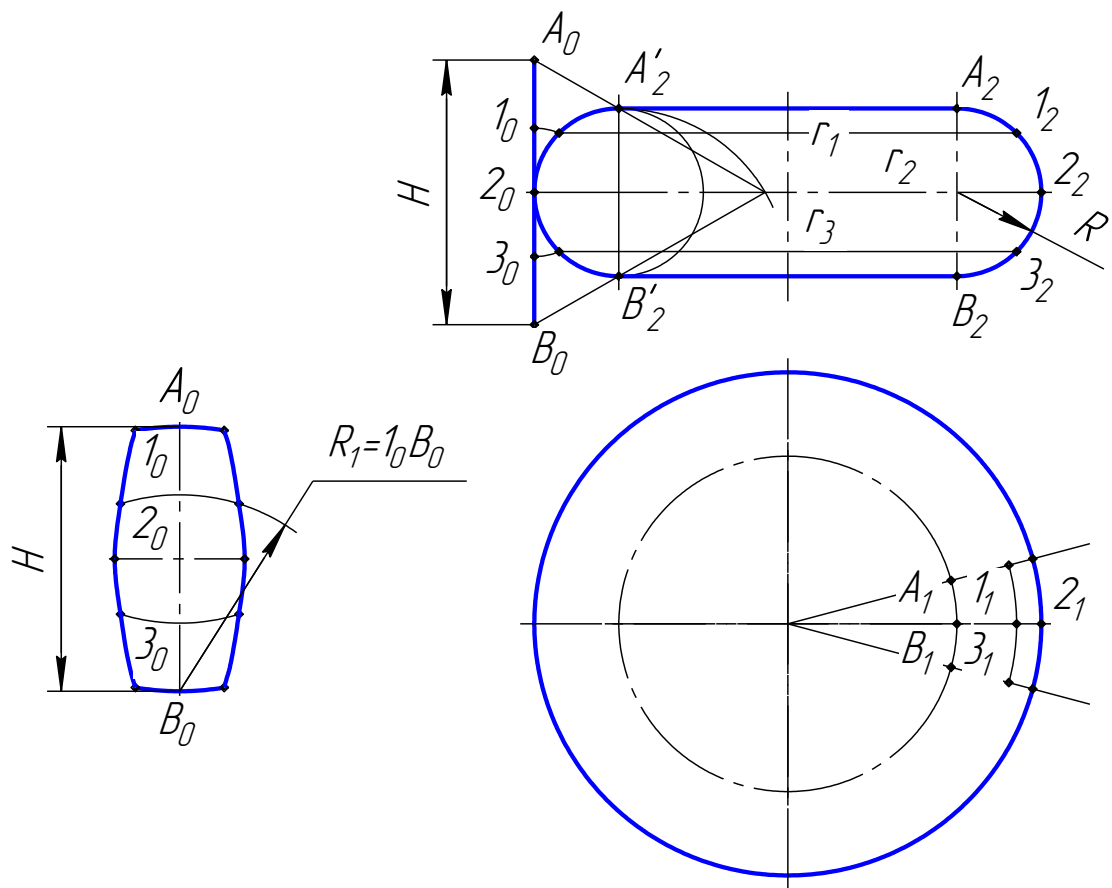


Рис. 11а

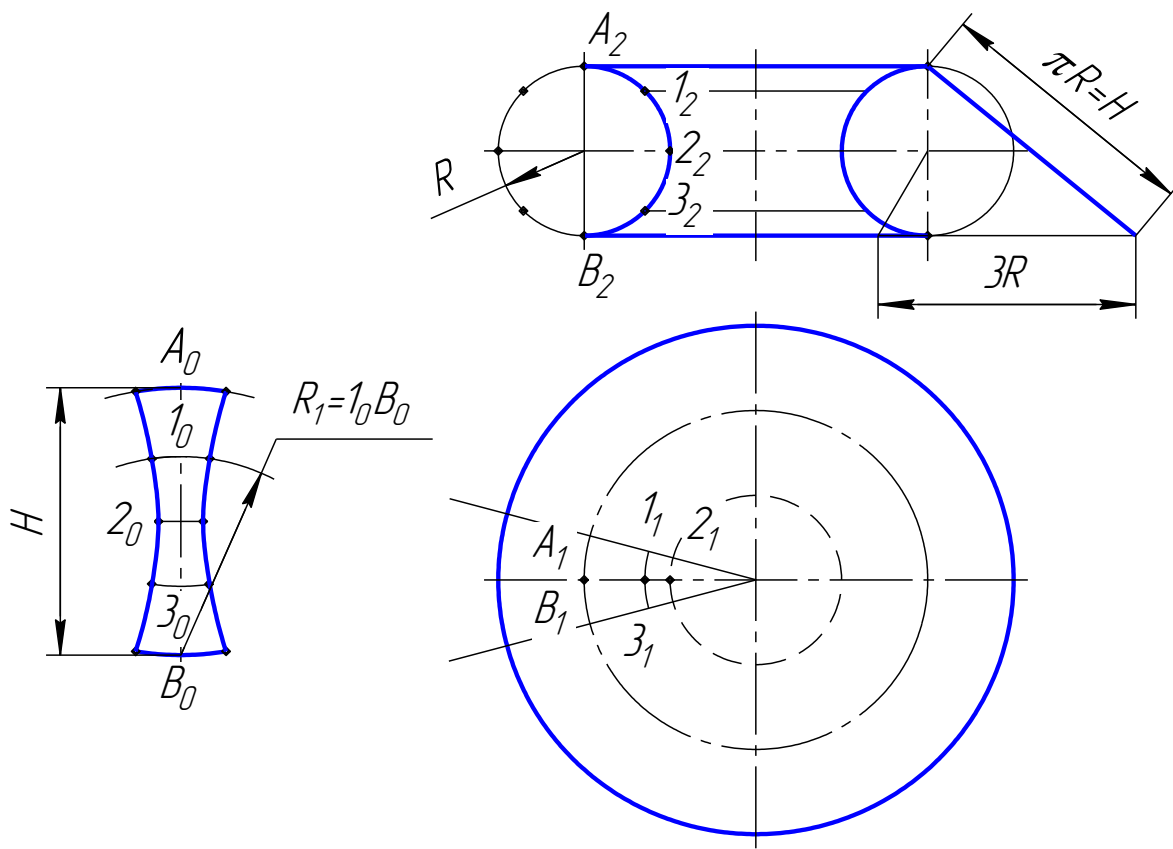


Рис. 11б

3.3. Производные тора кольцевого

При образовании тора кольцевого в качестве образующей используется окружность. Производные тора – поверхности, образованные вращением части окружности, – дуги.

В зависимости от положения оси вращения различают два производных тора. На рис. 12 изображён тор, ось вращения которого находится внутри базовой окружности, на рис. 13 – тор, ось вращения которого находится вне базовой окружности.

Построение развёртки боковой поверхности тора, изображённого на рис. 12, аналогично построению развёртки боковой поверхности сферы (см. рис. 10).

Построение развёртки боковой поверхности тора, изображённого на рис. 13, начинается на плоскости Π_2 . Проводят хорду E_2D_2 , делят её пополам и в точке деления F восстанавливают перпендикуляр к хорде до пересечения с дугой E_2D_2 . Полученный отрезок перпендикуляра делят пополам и через точку деления проводят прямую, параллельную хорде, до пересечения с осью вращения заданной поверхности – точка O . Намечают точки $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2, 6_2, 7_2$, принадлежащие горизонтальным плоскостям, дающим в сечении с поверхностью вращения параллели. Проводят среднюю линию OA_0 и из точки O как из центра проводят дуги через точки $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2, 6_2, 7_2$ до пересечения со средней линией OA_0 . На этих дугах от точек $1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 5_0, 6_0, 7_0$ откладывают длины дуг, взятых на соответствующих параллелях на Π_1 .

На рис. 14 показан пример построения выкройки комбинированной поверхности вращения, состоящей из производных тора (точки 1, 2, 3, 4, 5), усеченного конуса (точки 2 и 6) и $1/2$ наружной поверхности кольцевого тора (точки 6, 7, 8, 9).

Построение развёртки $1/12$ части каждой из заданных поверхностей рассмотрено в настоящих методических указаниях. Для построения развёртки поверхности тора использована задача, разобранный на рис. 12 (п. 3.3), для усеченного конуса – задача на рис. 3 (п. 1.2), а для кольцевого тора использован способ спрямления на рис. 7 (п. 2.4.1) и задача на рис. 11а (п. 3.2).

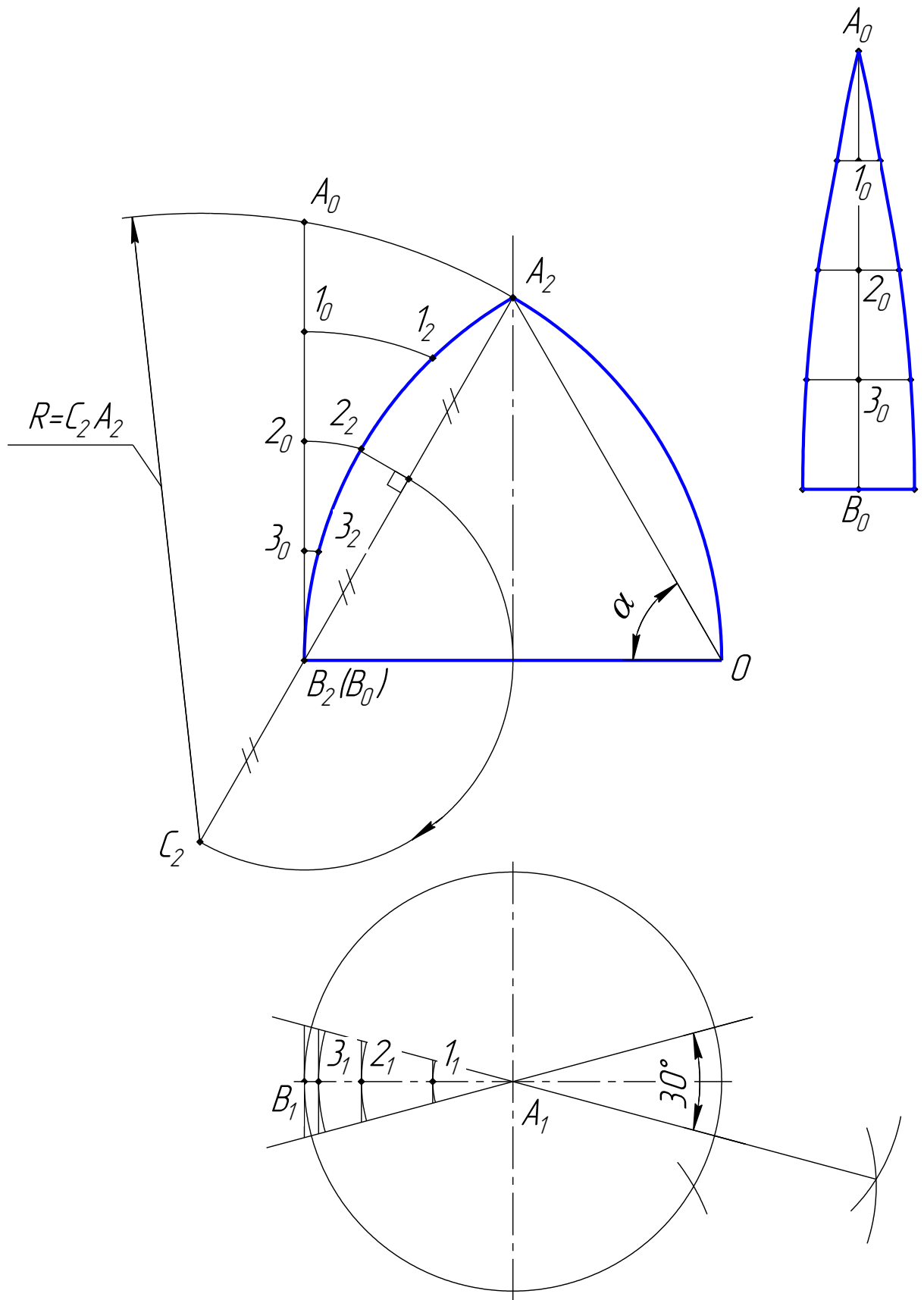


Рис. 12

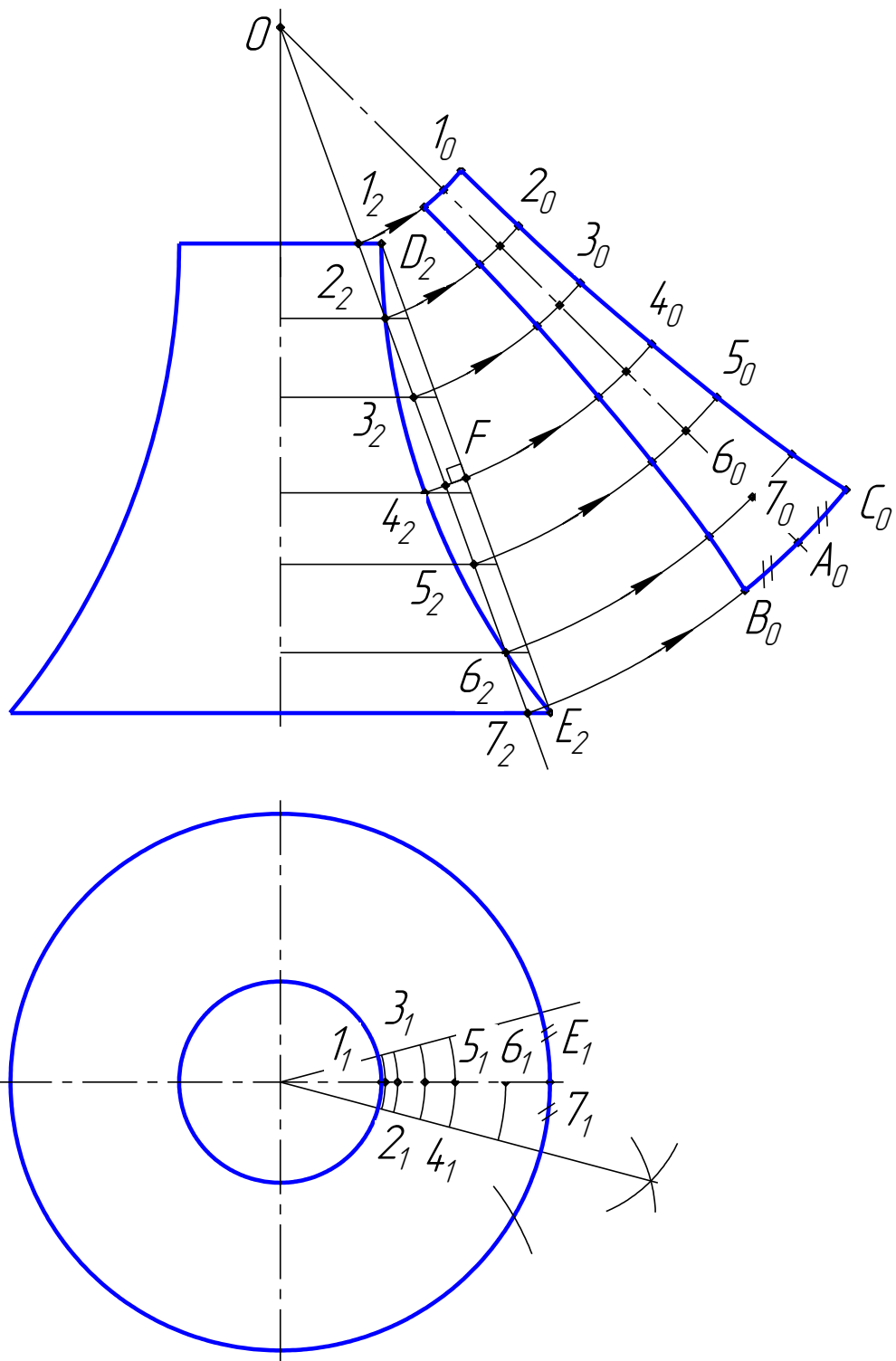


Рис. 13

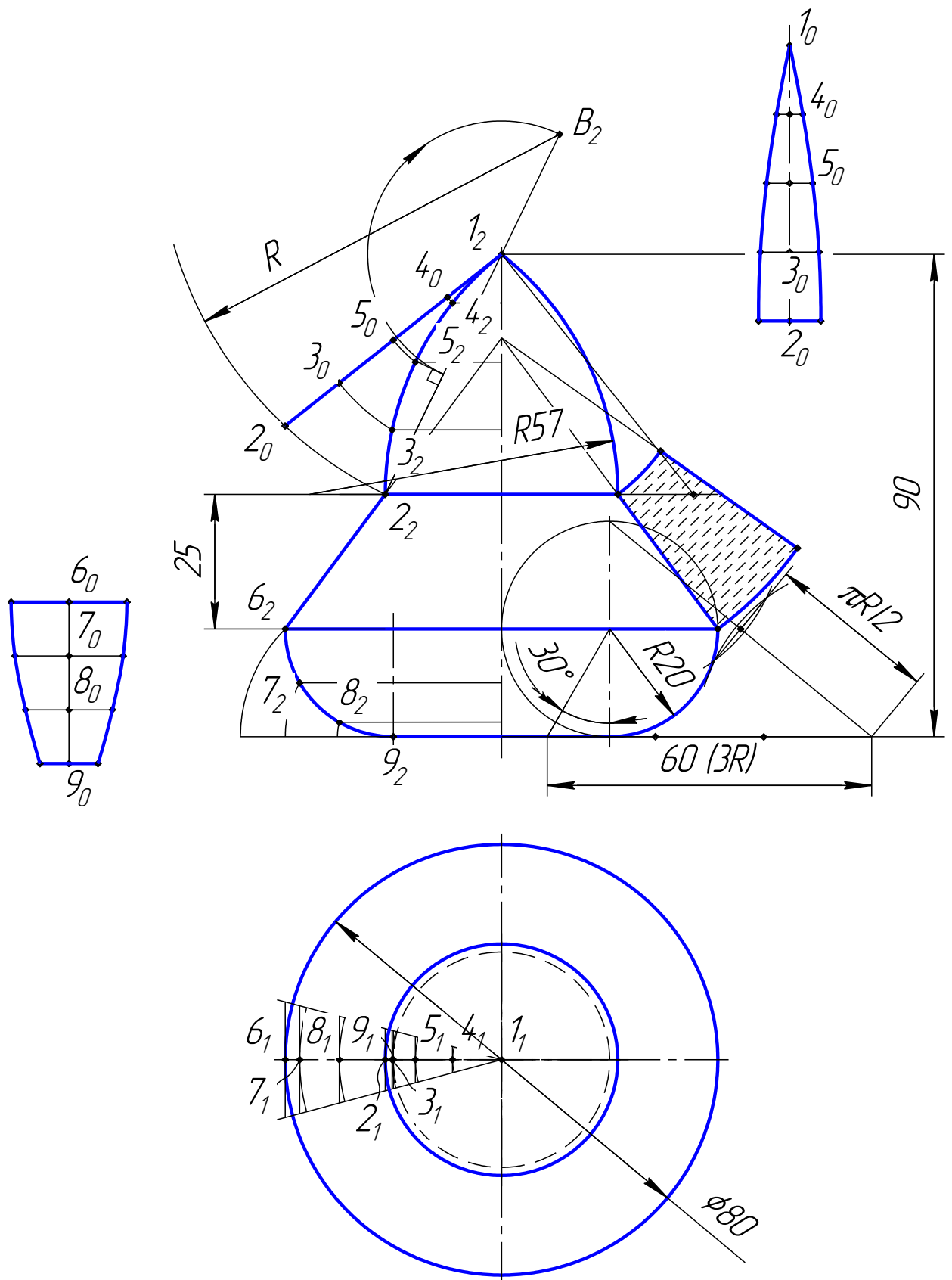


Рис. 14

Развертки комбинированных поверхностей вращения

Методические указания для студентов направлений подготовки
262000 Технология изделий легкой промышленности,
262200 Конструирование изделий
легкой промышленности

Составители: Александра Николаевна Лялина
Ирина Анатольевна Легкова

Научный редактор Т.Н. Фомичева
Редактор И.Н. Худякова
Корректор К.А. Торопова

Подписано в печать 16.02.2012.

Формат 1/8 60× 84. Бумага писчая. Плоская печать.

Усл. печ. л. 1,16. Уч.-изд. л. 1,11. Тираж 30 экз. Заказ № _____

Редакционно-издательский отдел
Ивановской государственной текстильной академии
Копировально-множительное бюро
153000 г. Иваново, пр. Ф. Энгельса, 21