

Настоящее методическое указание по курсу «Основы научных исследований» предназначены для студентов направления подготовки 151000 Технологические машины и оборудование, квалификации (степени) бакалавра.

Составители: канд. техн. наук, доц. Р.Р. Алешин

Научный редактор д-р техн. наук, проф. В.А. Суров

Введение

В работе студенты знакомятся с колебаниями механической системы с одной степенью свободы.

Целью работы является экспериментальное определение частоты собственных колебаний, амплитуды и фазового сдвига вынужденных колебаний системы и сравнение их с теоретическими значениями.

Одновременно студенты знакомятся с электрическими методами измерения перемещений и угловых скоростей.

1. Описание установки

Работа проводится на балансировочном станке ТММ-1А (рис.1), где с помощью электрического метода определяется амплитуда колебаний маятниковой рамы, критическая угловая скорость ротора, собственная частота колебаний рамы и фазовый сдвиг вынужденных колебаний системы по отношению к возмущающей силе.

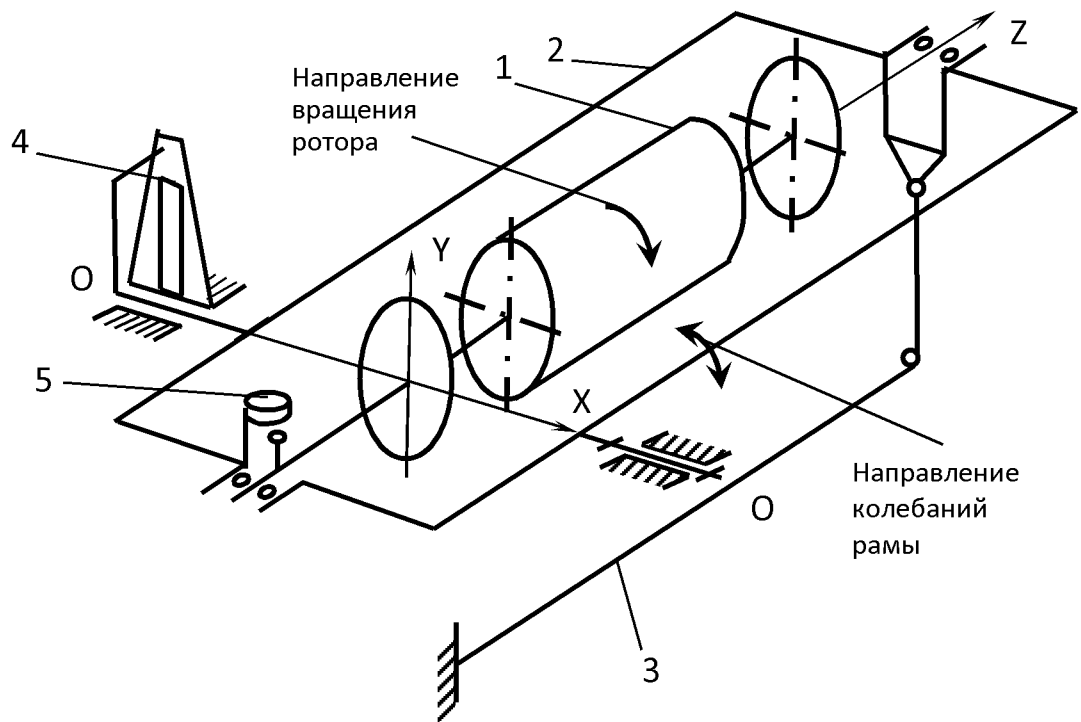


Рис. 1 – Кинематическая схема установки

Основной частью станка является неуравновешенный ротор 1, установленный на шарикоподшипниковых опорах в маятниковой раме 2 (рис.1).

При вращении возникают силы инерции, вследствие которых ротор вместе с рамой начинает колебаться относительно оси «О-О». Момент, восстанавливающий маятниковую раму, создаётся консольной стержневой пружиной 3 круглого сечения [1].

При электрических измерениях не электрических величин блок схема состоит из трёх элементов: преобразователя, усилительной аппаратуры и регистрирующего устройства [2].

Для измерения амплитуды колебаний рамы используются тензопреобразователи (тензорезисторы), наклеенные на упругую балку 4 (рис.1). Измеряемая величина (амплитуда) преобразуется предварительно в деформации упругой балочки (предварительной преобразователь), а последняя приводит к изменению электрического сопротивления тензорезистора (основной преобразователь). Для температурной компенсации на балочку наклеено два активных тензорезистора, включенных в два смежных плеча по схеме полумоста и расположенных на противоположенных сторонах балки (рис.2).

При деформации балки в измерительной диагонали моста возникают малые токи, которые усиливаются усилителем и подаются на осциллограф для регистрации.

Угловую скорость ротора определяем с помощью индукционного преобразователя 5, закрепленного на раме станка (рис.1). В вал ротора ввернут болт I (рис.3). При прохождении болта вблизи полюсов 2 постоянного магнита магнитный поток изменяется, и в катушке 3 индуцируется ток в виде импульсов, регистрируемый осциллографом 4 [1].

Для определения на осциллограмме сдвига фаз вынужденных колебаний рамы по отношению к фазе возмущающей силы болт установлен

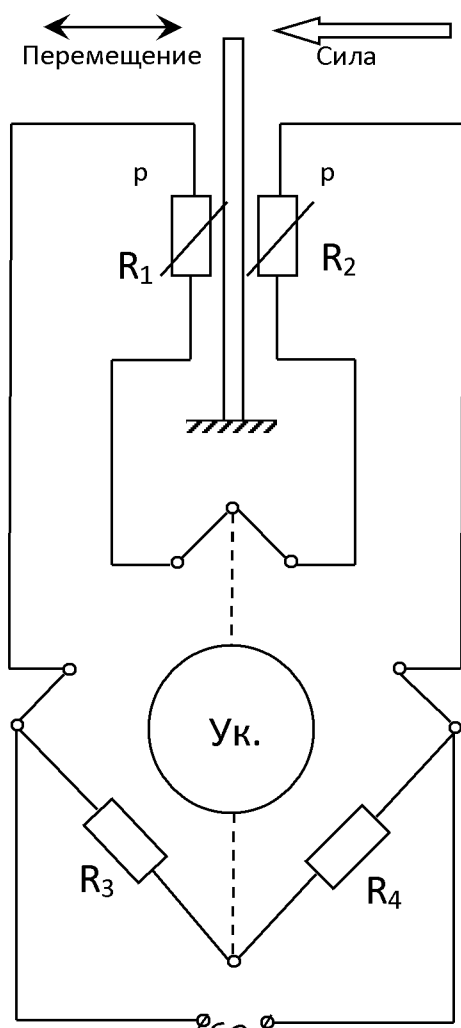


Рис. 2 – Схема включения тензорезистора

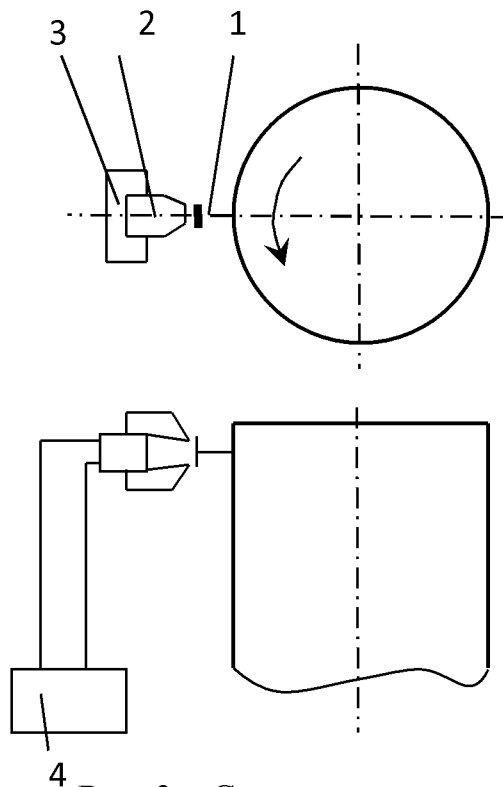


Рис. 3 – Схема измерения угловой скорости

на валу в плоскости, проходящей через центр тяжести ротора (в плоскости возмущающей силы).

2. Физика процесса

Для исследования колебаний рамы используем метод приведения сил и масс. Примем точку В правого конца рамы за точку приведения, а в качестве обобщенной координаты возьмем линейное перемещение точки В (рис.4).

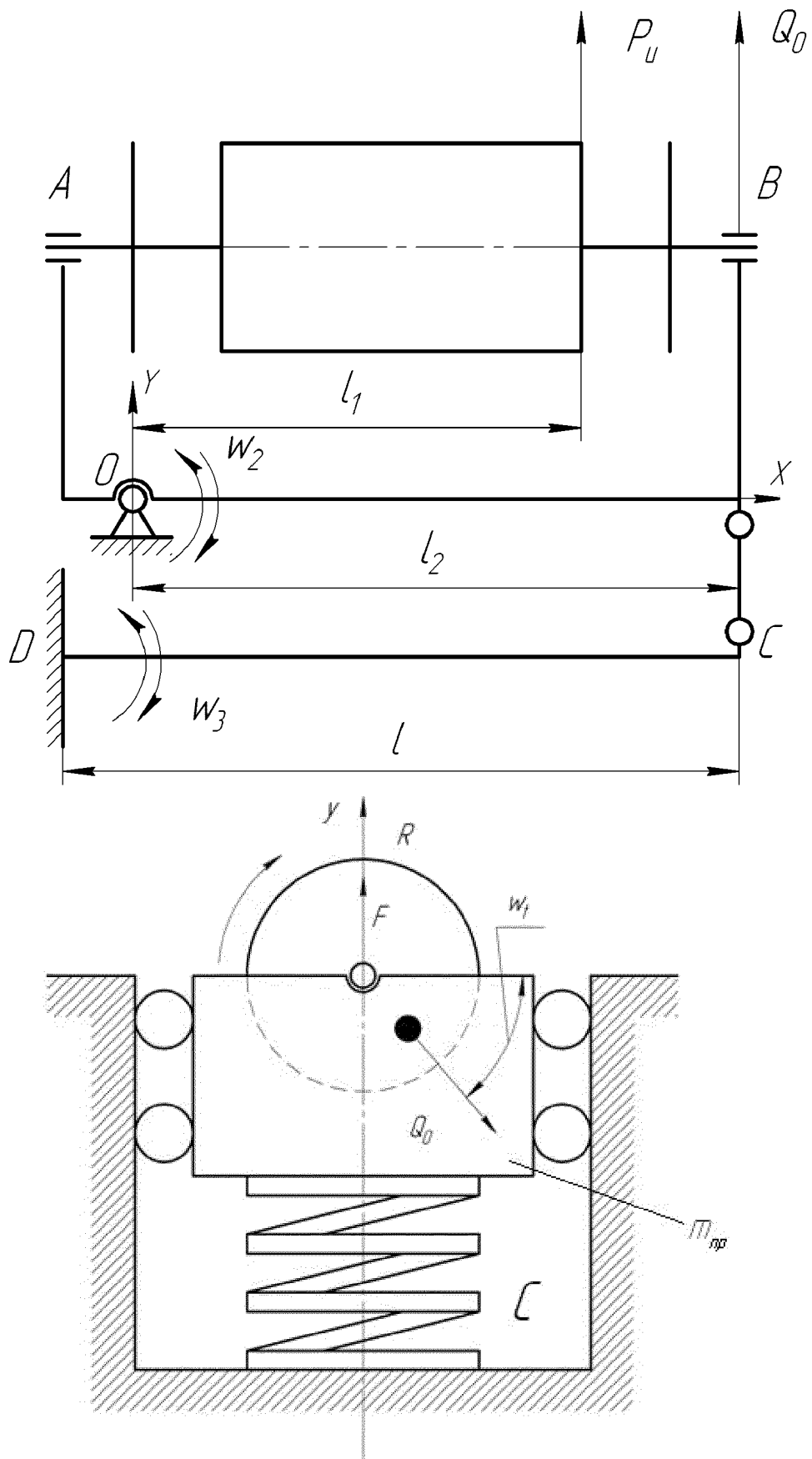


Рис. 5 – Динамическая модель установки

Так как станок имеет связи, препятствующие движению маятника рамы в горизонтальной плоскости, то данную систему можно рассматривать как систему с одной степенью свободы (рис.5).

Уравнение движения точки приведения, на которую действуют: приведенная возмущающая периодическая сила Q (вызванная постоянным дисбалансом ротора), восстанавливающая сила F упругого стержня сила вязкого сопротивления R имеет вид:

$$m_{np} \frac{d^2 y}{dt^2} = F + R + Q, \quad (1)$$

$$\text{где } F = -cy; \quad (2)$$

$$R = -\mu \frac{dy}{dt}; \quad (3)$$

$$Q = Q_0 \sin wt; \quad (4)$$

m_{np} - приведенная к точке В масса подвижной части станка;

C - коэффициент упругости стержня;

μ - коэффициент вязкого сопротивления;

y - смещение точки приведения из положения равновесия.

Величину приведенной массы найдем из условия, что её кинетическая энергия равна кинетической энергии всех подвижных звеньев станка

$$\frac{m_{np} v_b^2}{2} = \frac{Y_0 w_2^2}{2} + \frac{Y_d w_3^2}{2}. \quad (5)$$

Так как

$$w_2 = \frac{V_b}{l_2}; \quad (6)$$

$$w_3 = \frac{V_c}{l} = \frac{V_b}{l}; \quad (7)$$

$$m_{np} = \frac{Y_0}{l_2^2} + \frac{Y_D}{l^2}; \quad (8)$$

где Y_0 - моменты инерции ротора и рамы относительно оси «О»;

Y_D - момент инерции стержня относительно оси «D».

Величина силы инерции неуравновешенного ротора равна

$$P_{и} = mw^2r = \frac{Gr}{g}w^2, \quad (9)$$

где m –масса груза укрепленного на роторе;

G –вес груза;

r – расстояние от оси вращения до центра тяжести груза;

w – угловая скорость ротора;

Gr – дисбаланс ротора.

Приведем силу инерции ротора к точке В.

Величину приведенной силы найдем из условия, что её элементарная работа равна элементарной работе приводимой силы (рис.4)

$$P_{и}l_1d\varphi_2 = Q_0l_2d\varphi_2, \quad (10)$$

$$Q_0 = P_{и} \frac{l_1}{l_2} = \frac{(wl_1)^2}{gl_2} Gr. \quad (11)$$

Упругая сила стержня равна

$$F = -cy. \quad (12)$$

Прогиб консольной балки с приложенной силой на конце равен

$$Y = \frac{Fl^3}{3EI}. \quad (13)$$

Из (12) и (13) получим, что жесткость стержня равна

$$C = \frac{3EI}{l^3}, \quad (14)$$

где I – момент инерции сечения стержня.

Для круглого стержня

$$I = \frac{\pi R^4}{4}. \quad (15)$$

Окончательно имеем

$$C = \frac{3E\pi R^4}{4l^3}, \quad (16)$$

где R , l – радиус и длина стержня;

E –модуль Юнга.

Подставляя выражение (2), (3) и (4) в уравнение (1) и вводя обозначения

$$\frac{c}{m_{\text{пр}}} = w_0^2; \quad (17)$$

$$\frac{\mu}{m_{\text{пр}}} = 2b; \quad (18)$$

$$\frac{Q_0}{m_{\text{пр}}} = P_0; \quad (19)$$

получим

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2b \frac{dy}{dt} + w_0^2 y = P_0 \sin wt. \quad (20)$$

Решение уравнения (15) имеет вид

$$y = ae^{-\beta t} \sin(w_1 t + d) + A \sin(wt - \beta), \quad (21)$$

где a и α – постоянные интегрирования;

w_0 - собственная частота гармонических колебаний;

w_1 - собственная частота затухающих колебаний;

w - частота возмущающей силы;

b - коэффициент затухания;

$$w_1 = \sqrt{w_0^2 - b^2}; \quad (22)$$

$$A = \frac{P_0}{\sqrt{(w_0^2 - w^2) + 4b^2 w^2}}; \quad (23)$$

$$\text{tg } \beta = \frac{2bw}{w_0^2 - w^2}. \quad (24)$$

3. Колебания системы

Рассматриваемые колебания являются сложными и складываются из собственных колебаний (рис.6 б) и вынужденных (рис.6а).

Собственные колебания быстро затухают, и рама будет совершать колебания по закону

$$y = A \sin(wt - \beta). \quad (25)$$

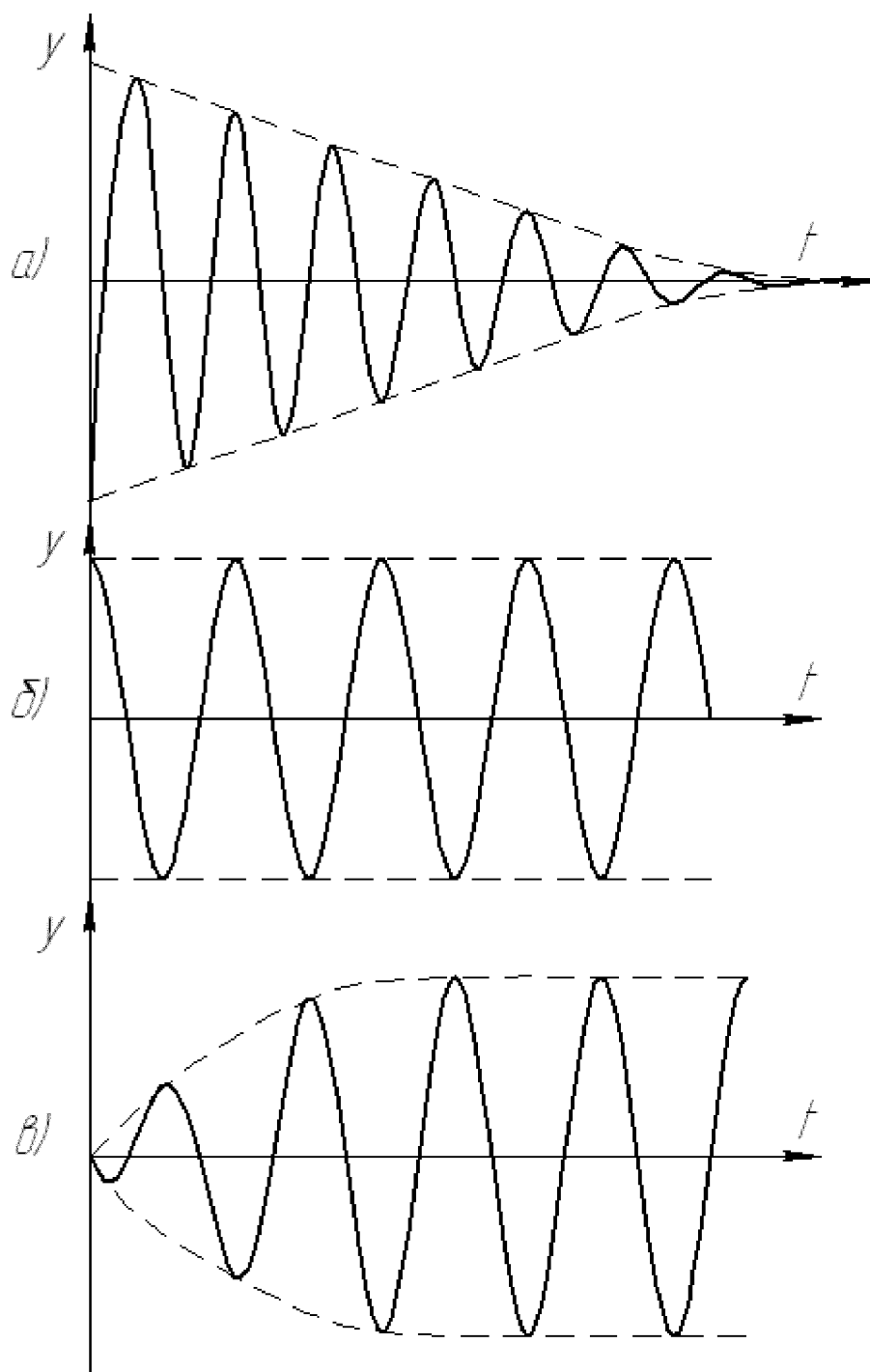


Рис. 6 – Виды колебательных процессов

Эти колебания представляют собой вынужденные, незатухающие гармонические колебания с амплитудой, определяемой равенством (23), и частотой ω , равной частоте возмущающей силы.

Величина β характеризует сдвиг фазы вынужденных колебаний по отношению к фазе возмущающей силы.

При резонансе, т.е. при совпадении частоты возмущающей силы ω с частотой собственных колебаний ω_0 амплитуда равна

$$A = \frac{P_0}{2b\omega_0}, \quad (26)$$

то есть имеет конечное значение, которое тем больше, чем меньше коэффициент затухания β .

При резонансе сдвиг фаз β становится равным $\frac{\pi}{2}$. Это означает что колеблющееся тело проходит через среднее положение в моменты когда возмущающая сила максимальна.

Для измерения собственной частоты используем резонансный метод и метод собственных колебаний.

4. Определение собственной частоты

Идея резонансного метода определения собственной частоты системы (ротор-рама) заключается в том, что вместо собственных колебаний наблюдают колебания вынужденные. Варьируя частоту возмущающей силы (меняя число оборотов ротора), измеряют амплитуду вынужденных колебаний. Когда последняя достигнет максимального значения, определяем частоту возмущающей силы (угловую скорость ротора) и считаем, что собственная частота равна найденному значению частоты возмущающей силы.

Для использования метода собственных колебаний следует вывести раму из состояния равновесия, например ударом, и записать на плёнку осциллографа возникающие вслед за этим затухающие свободные колебания.

Пусть рис.7 представляет экспериментально полученный график свободных затухающих колебаний рамы, соответствующих первому слагаемому в равенстве (21). Измеряя на нём отрезки $AC=BD=...$, определяем период свободных затухающих колебаний T :

$$T = AC * M_t. \quad (27)$$

Частота колебаний

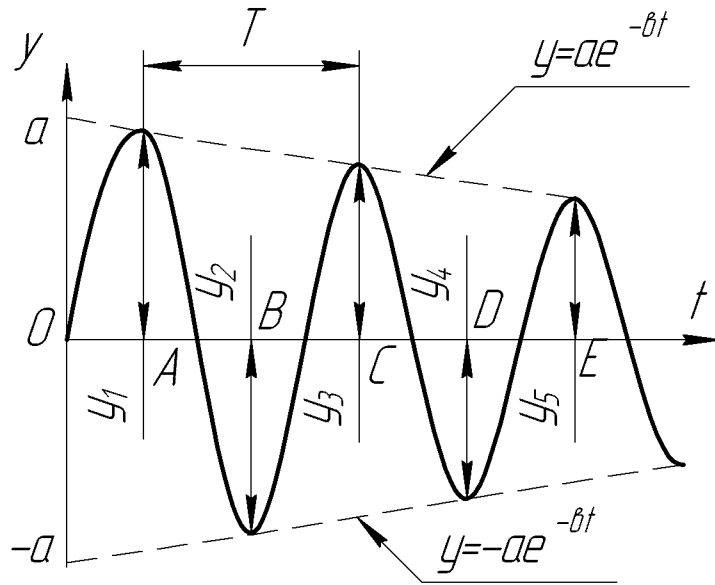


Рис. 7 – Затухающие колебания

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}. \quad (28)$$

Отрезки Y_1, Y_2, Y_3, \dots , представляющие собой величины последовательных максимальных отклонений рамы от равновесного положения, будут равны

$$Y_1 = c * e^{-bt};$$

$$Y_2 = Y_1 * e^{-\frac{bT}{2}};$$

$$Y_3 = Y_1 * e^{-bT}.$$

Измерив на осциллограмме два последовательных отклонения, можно определить логарифмический декремент затухания:

$$D = \ln \left| \frac{Y_k}{Y_{k+1}} \right| = \frac{bT}{2}. \quad (29)$$

Откуда находим коэффициент затухания

$$b = \frac{2D}{T}. \quad (30)$$

Определив ω_1 и b , можно найти частоту ω_0 собственных колебаний системы без затухания (22).

5. Порядок проведения эксперимента

1. Подсоединить концы от индукционного датчика 5 (рис.1), отсчитывающего обороты ротора, к гальванометру осциллографа.
2. Установить луч гальванометра, отсчитывающего обороты ротора, в верхней части экрана.
3. Подсоединить концы от тензодатчика 4 (рис.1), измеряющего амплитуду колебаний рамы, к гальванометру осциллографа (через усилитель ТА-5).
4. Установить луч гальванометра в середине экрана, совмести его со средней линией.
5. Присоединить концы от отметчика времени к гальванометру осциллографа.
6. Убедившись в нулевом потенциале исследуемого процесса, переключить осциллографа в режим записи.
7. Включить двигатель станка и разогнать ротор станка до 400-500 об/мин.
8. Произвести запись процессов исследуемого станка для момента наибольших колебаний рамы (резонанса).
9. Дождаться остановки ротора.
10. Вывести раму станка из состояния равновесия и записать на осциллограф затухающие свободные колебания.
11. Включить все тумблеры на усилителе и осциллографе, отключить от сети все приборы. Обработать осциллограмму.

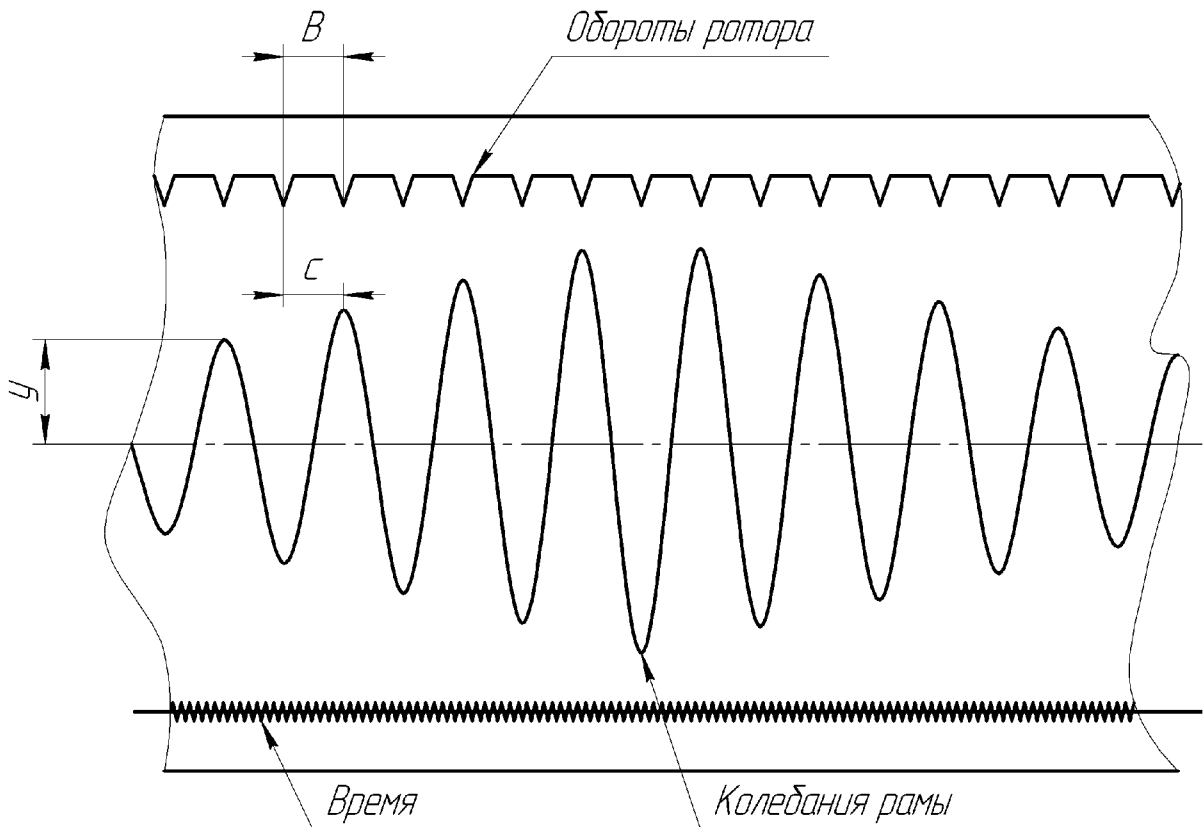


Рис. 8 – Запись осциллографа

6. Обработка осциллограммы

Обработка осциллограмм сводится к определению масштабных коэффициентов по осям, абсолютных значений записанных величин и анализу исследуемого процесса.

В данной работе, пользуясь полученными осциллограммами вынужденных и свободных колебаний рамы станка, необходимо:

1. Определить период свободных колебаний T при наличие затухания (27).
2. Определить собственную частоту затухающих колебаний (28).
3. Вычислить логарифмический декремент затухания (29) и коэффициент затухания (30).
4. Вычислить частоту собственных колебаний системы без затухания (22).
5. Определить критическую скорость ротора.

6. Определить произвольный момент вынужденных колебаний и в период резонанса амплитуду колебаний и сдвиг фаз (23) и (24).

7. Сравнить полученные по резонансному методу и методу свободных колебаний.

Для определения действительных значений и построения графика нужно произвести следующие вычисления:

А) Определить масштабный коэффициент перемещений рамы

$$M_s = \frac{S}{Y_s},$$

где S – отклонение рамы от положения равновесия при тарировке;

Y_s – ордината на осциллограмме тарировки, соответствующая данному отклонению рамы.

Б) Определить число оборотов ротора n_p в момент резонанса

$$n_p = \frac{60}{B M_t},$$

где B – расстояние на осциллограмме между началом и концом цикла колебаний рамы, мм;

M_t – масштабный коэффициент времени;

$$M_t = \frac{m}{f B} = \frac{1}{V},$$

где m – число отметок времени за цикл;

f – частота колебаний отметчика времени, Гц;

V – скорость движений пленки, мм/с.

В) Определить сдвиг фаз вынужденных колебаний

$$\beta = C * M_\varphi,$$

где C – расстояние на осциллограмме между пиками кривых числа оборотов (возмущающая сила) и перемещение рамы (вынужденные колебания рамы);

M_φ – масштабный коэффициент углов поворота ротора;

$$M_\varphi = \frac{2\pi}{B}.$$

Для выполнений теоретического расчета следует измерить параметры упругого стержня l и d .

Модуль Юнга материала стержня $E=2,1 \cdot 10,6 \text{ кг/см}^2$ (206000 МН/м^2).

7. Форма отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Схему экспериментальной установки ТММ-1А.
2. Описание устройства и схему включения датчика для определения амплитуды колебаний рамы.
3. Описание устройства датчика для определения частоты вращения ротора.
4. Теоретический расчет.
5. Построенный в масштабе график вынужденных колебаний рамы в период резонанса и график свободных колебаний рамы.

8. Список литературы

1. Основы проектирования текстильных машин. Под ред. А.И. Макарова. М.: Машиностроение, 1976. – с.416.
2. Электрические измерения неэлектрических величин. Под ред. П.В. Новицкого. Л.: Энергия, 1975. – с.576.
3. Техническое описание станка ТММ-1А для динамической балансировки. М., 1962. – с. 10.