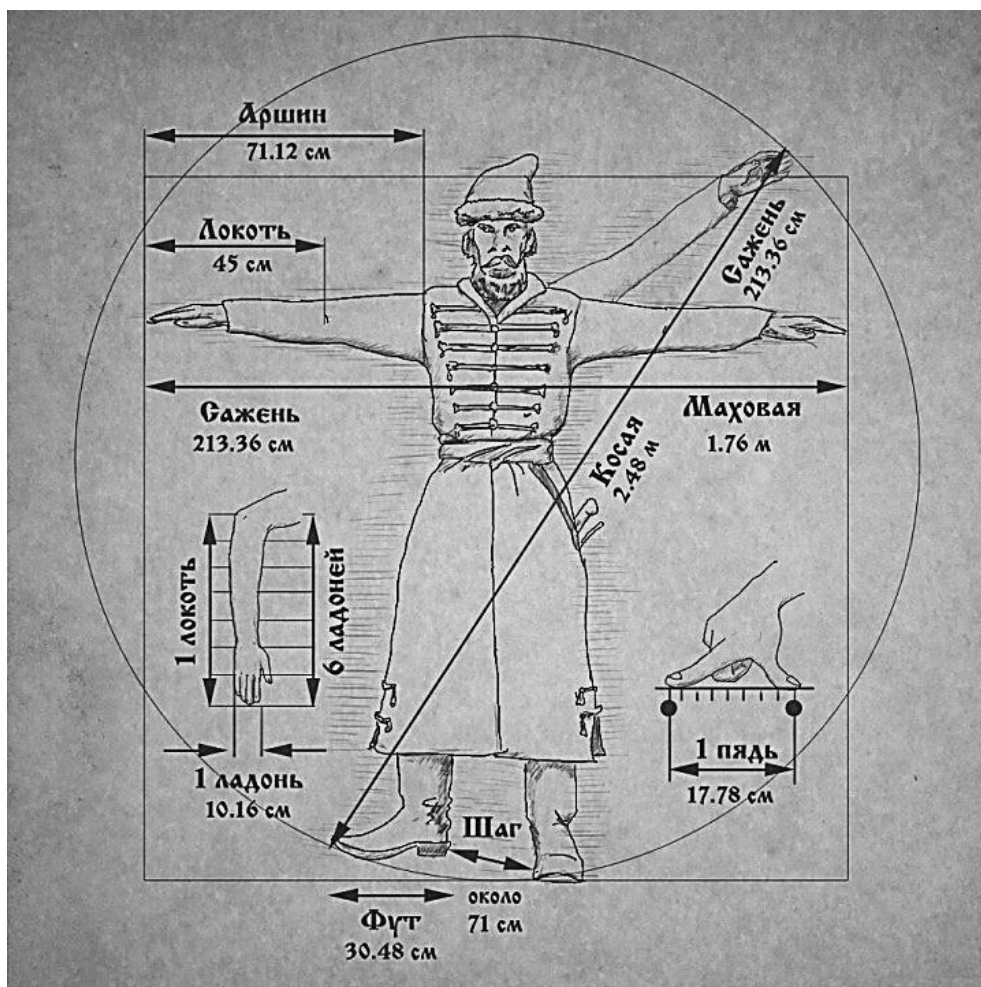


ПОСТАНОВКА ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Методические указания для студентов всех направлений
подготовки дневной и заочной форм обучения



Иваново 2017

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Ивановский государственный политехнический университет»

Кафедра технологических машин и оборудования

ПОСТАНОВКА ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Методические указания для студентов всех направлений
подготовки дневной и заочной форм обучения

Иваново 2017

Настоящие методические указания содержат теоретический и справочный материал к лабораторной работе по теме «Постановка однофакторного эксперимента». Предназначены для студентов всех направлений подготовки дневной и заочной форм обучения.

Составители: канд. техн. наук, доц. Р.Р. Алешин

канд. техн. наук, доц. С.А. Егоров

канд. техн. наук, доц. Р.В. Шляпугин

Рецензент ст. преп.С.В. Селезнев

Цель работы: научить планировать и проводить однофакторный эксперимент и обрабатывать его результаты.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Выявить проблему.
2. Определить методику проведения эксперимента.
3. Определить влияющие факторы и спланировать эксперимент.
4. Подготовить формы записи результатов эксперимента.
5. Провести эксперимент с необходимым дублированием опытов.
6. Обработать результаты испытаний.
7. На основании полученных результатов принять решение по итогам эксперимента.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. ВЫЯВЛЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Динамические исследования механизмов машин проводятся с помощью электрических, электромагнитных, оптических датчиков. Они устанавливаются непосредственно на исследуемый объект и могут изменять механические параметры: массу, положение центра тяжести, момент инерции массы.

Если установить на звено в виде диска датчик с некоторой ненулевой массой, как изменится его момент инерции?

2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Геометрическое расположение массы звена, двигающегося в плоскости, характеризуется следующими механическими параметрами: весом звена P или его массой m (мера инертности тела при его поступательном движении); положением центра тяжести S звена; моментом инерции массы J звена (мера инертности тела при его вращательном движении):

$$J = \int_0^m \rho^2 dm, \quad (1)$$

где ρ – расстояние элементарной массы до оси вращения.

Одним из способов определения момента инерции масс звеньев является способ монофиляра [1].

Упругая проволока 1 крепится одним концом к неподвижной опоре сверху, а на другой конец подвешивается деталь 2 (рис. 1). Всей системе сообщаются крутильные колебания. Период колебания детали определяется из условий взаимодействия сил инерции детали и сил упругости закручиваемой проволоки.

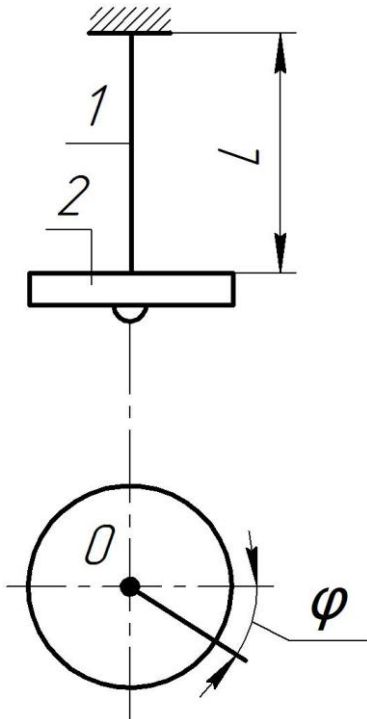


Рис. 1

На основании принципа Даламбера можно записать уравнение равновесия между крутящим моментом сил упругости металлической проволоки M_k и моментом сил инерции детали M_u :

$$M_k + M_u = 0. \quad (2)$$

Угол закручивания проволоки φ равен:

$$\varphi = -\frac{M_k L}{GJ_p}, \quad (3)$$

где G – модуль упругости при сдвиге материала проволоки, J_p – полярный момент инерции сечения проволоки, L – длина проволоки.

Из выражения (3) получаем:

$$M_k = -\frac{GJ_p}{L} \varphi. \quad (4)$$

В свою очередь, имеем:

$$M_u = -J_{dem} \varepsilon = -J_{dem} \ddot{\varphi}, \quad (5)$$

где J_{dem} – момент инерции массы детали относительно оси, проходящей через точку O , ε – угловое ускорение детали. Подставив выражения (4) и (5) в уравнение (2) и разделив на J , получим:

$$\ddot{\varphi} + \frac{GJ_p}{J_{dem} L} \varphi = 0. \quad (6)$$

Положив $\frac{GJ_{\rho}}{J_{\text{оem}}L} = \kappa^2$, получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\ddot{\varphi} + \kappa^2 \varphi = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) имеет вид:

$$\varphi = A \cos(kt) + B \sin(kt). \quad (8)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются по начальным данным. За начало отсчета времени примем тот момент, когда деталь занимает одно из крайних положений.

При $t = 0$ $\varphi = \varphi_0$; $\dot{\varphi} = 0$; $A = \varphi_0$.

Взяв первую производную от φ по t :

$$\dot{\varphi} = -Ak \sin(kt) + Bk \cos(kt) \quad (9)$$

и подставив начальные данные, найдем: $B = 0$.

Внося начальные данные A и B в формулу (8), получим:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(kt), \quad (10)$$

где φ_0 – начальный угол отклонения детали; k – частота колебаний; t – время.

При $t = T$ и $\varphi = \varphi_0$, где T – период колебаний, из формулы (6) получаем: $\cos(kT) = 1$, или $kT = 2\pi$, откуда

$$k^2 T^2 = 4\pi^2. \quad (11)$$

Подставим значение k^2 в уравнение (11):

$$\frac{GJ_{\rho}}{J_{\text{оem}}L} T^2 = 4\pi^2. \quad (12)$$

Тогда

$$J_{\text{оem}} = \frac{GJ_{\rho}}{4\pi^2 L} T^2. \quad (13)$$

Следовательно, чтобы определить влияние расположения измерительного датчика на момент инерции детали, необходимо:

1. Деталь подвесить на проволоке известной длины и центрировать.
2. Повернуть деталь относительно точки подвеса на угол 10-15 градусов. Одновременно отпускать деталь и запускать секундомер. Замерять время 10 колебаний. Данные занести в табл. 1.
3. Определить период T .
4. По формуле (13) рассчитать момент инерции $J_{дет}$ детали относительно оси вращения.

Таблица 1

Форма для записи результатов испытаний и выполнения предварительных расчетов

Схема установки и эскиз детали			Параметры установки
 <p>1 - упругая проволока; 2 - деталь</p>			<p>1. Длина проволоки $L=40$ см. 2. Диаметр проволоки $d=0,2$ см. 3. Полярный момент инерции сечения проволоки</p> $J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \dots \text{ м}^4.$ <p>4. Модуль упругости проволоки $G=7,475 \cdot 10^{10}$ Н/м².</p>
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний, с	Период одного колебания T , с	$J_{дет} = \frac{GJ_p T^2}{4\pi^2 l}$
1.			$J_{дет} = \dots \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
2.			
3.			
...			
п.			
Среднее значение			

3. ФАКТОРЫ ВЛИЯНИЯ И ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Параметром оптимизации является момент инерции детали, а фактором влияния радиус-вектор, соединяющий некоторую добавочную массу с осью вращения. *Область определения фактора от 0 до R* (радиус детали).

Построим матрицу уровней варьирования фактора. За интервал варьирования примем $h = R/8$. Минимальное значение фактора равно 0, а максимальное R . Пример оформления матрицы представлен в табл. 2.

Таблица 2

Матрица уровней варьирования фактора

Наименование	Обозначение	Формула	Значение, мм
Интервал варьирования	h	$R/8$...
Минимальное значение	r_{\min}	0	...
Максимальное значение	r_{\max}	R	...

Для определения текущих значений радиус-вектора воспользуемся формулами: $r_1 = r_{\min}$, $r_n = r_{n-1} + h$.

Количество повторений эксперимента m выбираем таким образом, чтобы обеспечить доверительную вероятность проводимых испытаний 95%. Для определения доверительной вероятности воспользуемся формулой Корнфельда:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^m, \quad (16)$$

где α – доверительная вероятность, m – число испытаний. Доверительная вероятность должна быть не менее 95 %.

4. ФОРМЫ ЗАПИСИ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для определения влияния дополнительной массы на момент инерции произведем эксперимент по способу монофиляра при различных значениях положения дополнительной массы датчика. На рис. 2 представлен вид сверху тела вращения с указанием мест расположения масс. Результаты, полученные в ходе проведения экспериментов и предварительных расчетов, вносим в табл. 3.

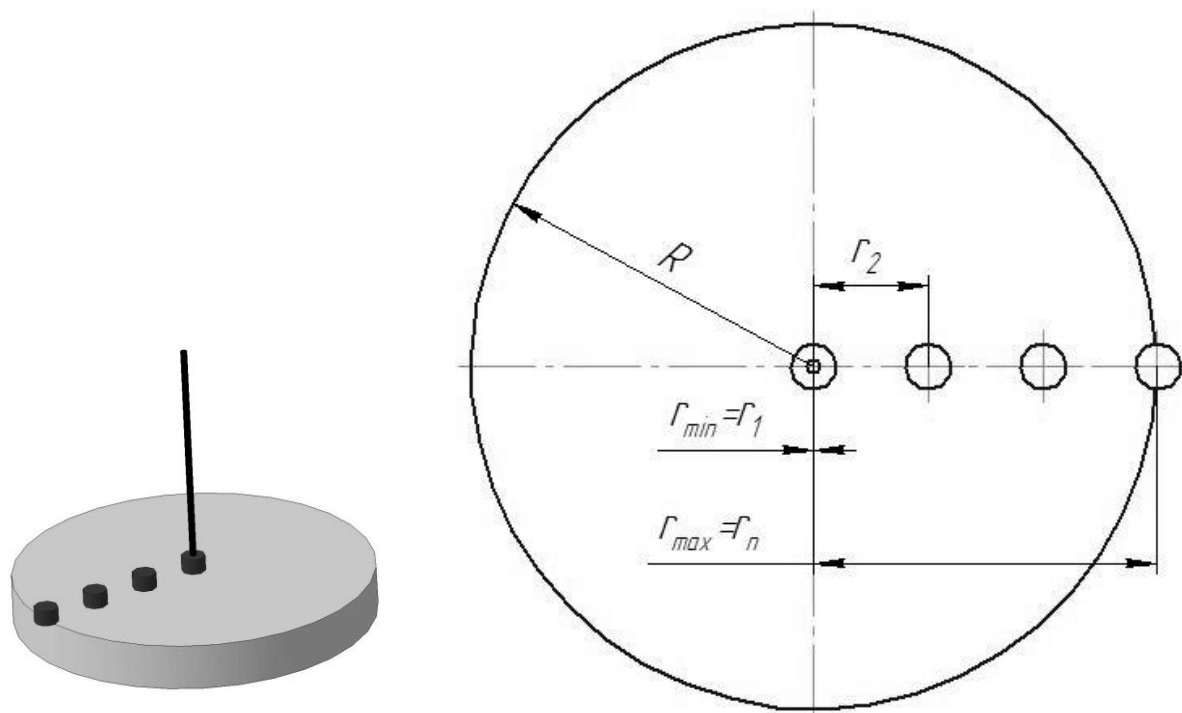


Рис. 2

Таблица 3

Форма для записи полученных результатов испытаний

Фактор r		$r_1=0$	$r_2=r_1+R/8$	r_3	...	$r_n=R$
Значение фактора		0	$r_1+R/8$	$r_2+R/8$...	$r_{n-1}+R/8$
$J_{дет}$	1					
	2					
	3					
	...					
	m					
Среднее значение в группе						

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

5.1. Выборочный коэффициент корреляции и выборочное корреляционное отношение

В результате проведения эксперимента были получены данные, которые в дальнейшем удобнее рассматривать в виде (x_i, y_i) . В качестве величины x_i принимаем радиус-вектор, а в качестве y_i – полученное значение момента инерции детали.

Эти данные можно описать графически любой подходящей линией (линейной, логарифмической, степенной или др.). Для определения тесноты связи воспользуемся коэффициентом корреляции, который определяется равенством

$$r_g = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n X_{cp} Y_{cp}}{n \sigma_X \sigma_Y}, \quad (17)$$

где x_i, y_i – варианты наблюдавшихся значений; X_{cp}, Y_{cp} – средние значения X и Y по выборке; σ_X, σ_Y – средние квадратические отклонения X и Y по выборке; n – объём выборки.

Если величины X и Y независимы, то коэффициент корреляции будет равен нулю. В случае $r_g = \pm 1$ величины X и Y связаны линейной зависимостью. Чем ближе r_g по модулю к единице, тем теснее связь.

Для оценки нелинейной зависимости существует несколько способов.

Во-первых, можно провести линеаризацию полученных экспериментальных данных и уже по преобразованным числам рассчитать выборочный коэффициент корреляции.

Во-вторых, можно подсчитать выборочное корреляционное отношение Y к X (η_{YX}) или X к Y (η_{XY}). Это отношение межгруппового среднего

квадратического отклонения к общему среднему квадратическому отклонению признака Y :

$$\eta_{YX} = \frac{\sigma_{\text{межгр}}}{\sigma_{\text{общ}}} . \quad (18)$$

Общее среднее квадратическое отклонение признака Y можно найти по формуле:

$$\sigma_{\text{общ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_{cp})^2}{n}} . \quad (19)$$

Межгрупповое среднее квадратическое отклонение будет находиться по формуле:

$$\sigma_{\text{межгр}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{y}_j - Y_{cp})^2}{n}} , \quad (20)$$

где n – объём выборки; m – число групп значений величины X (число интервалов); n_j – число точек, попавших в j -й интервал; Y_{cp} – общее среднее значение величины Y ; \bar{y}_j – условная средняя величины Y для j -й группы точек.

Выборочное корреляционное отношение, найденное по формуле (18), должно обязательно удовлетворять неравенству $0 \leq \eta \leq 1$.

Если $\eta \approx 0$, то корреляционной зависимости между величинами X и Y нет; если $\eta \approx 1$, то между ними существует функциональная зависимость. Если $\eta = |r_{\epsilon}|$, то имеет место точная линейная корреляционная зависимость.

5.2. Дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ проводят для того, чтобы установить влияние изменяемого фактора на измеряемую случайную величину. Операция состоит в сравнении факторной дисперсии, которая обусловлена воздействием фактора, и остаточной дисперсии,

обусловленной случайными причинами. Если различие между этими дисперсиями значимо, то фактор оказывает значительное влияние и групповые средние будут существенно отличаться друг от друга [2].

Общей суммой квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней называют величину $S_{общ}$:

$$S_{общ} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \bar{y})^2 . \quad (21)$$

Факторной суммой квадратов отклонений групповых средних от общей средней называют величину $S_{факт}$:

$$S_{факт} = k \sum_{j=1}^n \left(\bar{y}_{гпj} - \bar{y} \right)^2 . \quad (22)$$

Она характеризует рассеяние между группами. Остаточной суммой называют величину $S_{ост}$:

$$S_{ост} = S_{общ} - S_{факт}.$$

Если разделить суммы квадратов отклонений на соответствующее им число степеней свободы, то получим общую, факторную и остаточную дисперсии:

$$s_{общ}^2 = \frac{S_{общ}}{nm - 1} , \quad (23)$$

$$s_{факт}^2 = \frac{S_{факт}}{n - 1} , \quad (24)$$

$$s_{ост}^2 = \frac{S_{ост}}{n(m - 1)} , \quad (25)$$

где n – число уровней фактора;

m – число наблюдений на каждом уровне;

$nm-1$ – число степеней свободы общей дисперсии;

$n-1$ – число степеней свободы факторной дисперсии;

$n(m-1)$ – число степеней свободы остаточной дисперсии.

Сравним факторную и остаточную дисперсии по критерию Фишера-Снедекора:

$$F_{набл} = \frac{s_{факт}^2}{s_{ост}^2}, \quad (26)$$

где $F_{набл}$ – критерий Фишера-Снедекора.

По табл. 4 для $k_1 = n-1$ (числа степеней свободы числителя) и $k_2 = n(m-1)$ (числа степеней свободы знаменателя), принимая уровень значимости $\alpha=0,05$, находим $F_{кр}$. Если $F_{набл} > F_{кр}$, то гипотеза о равенстве групповых средних отклоняется и фактор значимо влияет на получаемые данные, в противном случае фактор не оказывает существенного влияния и им можно пренебречь [2].

Таблица 4

Критические точки распределения F Фишера-Снедекора

(k_1 – число степеней свободы большей дисперсии, k_2 – число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha=0,05$										
1	2									
k_2	k_1									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,0	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,8	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,1	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,7	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	2,9	2,7	2,5
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7	2,5	2,3
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,4	2,2	2,0

1	2									
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,4	2,3	2,1	1,8
25	4,3	3,4	3,0	2,9	2,6	2,5	2,4	2,2	2,0	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,6
35	4,1	3,3	2,9	2,6	2,5	2,4	2,2	2,0	1,8	1,5
40	4,1	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,0	1,8	1,5
50	4,0	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,4
60	4,0	3,1	2,8	2,5	2,4	2,2	2,1	1,9	1,7	1,4
∞	3,0	3,0	2,6	2,4	2,2	1,9	1,9	1,7	1,5	1,3

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Содержание работы

- Изучить способ монофиляра.
- Составить матрицу уровней варьирования фактора (табл. 2).
- Определить количество дублирующих экспериментов m по формуле (16).
- Оформить табл. 1 и произвести замеры периода колебаний для различных значений фактора.
- Рассчитать момент инерции детали для различных значений r .
- Результаты испытаний на каждом уровне занести в табл.1.
- На основании полученных данных табл. 1 и 2 оформить табл. 3.
- Определить тесноту связи между величинами x_i , y_i , используя выражения (17) и (18), и сделать вывод.
- Используя формулы (21-26), произвести дисперсионный анализ и сделать вывод об уровне влияния величины радиуса-вектора на момент инерции детали.
- Построить график зависимости момента инерции детали от радиуса-вектора ($J_{det}(r)$).
- Сделать вывод о проделанной работе.

Эксперимент проводится с моделью датчика, выданного преподавателем на лабораторном стенде.

Отчет о лабораторной работе должен содержать цель работы, краткие сведения о принципе метода монофиляра. Отчет необходимо выполнить в виде таблиц и выводов по ним.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит принцип работы монофиляра?
2. Что характеризует момент инерции массы детали?
3. Чем определяется область определения фактора?
4. Как составляется матрица уровней варьирования факторов?
5. Как определяется доверительная вероятность по методу Корнфельда?
6. Что такое параметр оптимизации?
7. Как рассчитывается коэффициент линейной корреляции?
8. Как определяется общее среднее квадратическое отклонение?
9. Как рассчитывается межгрупповое среднее квадратическое отклонение?
10. В чем состоит дисперсионный анализ?
11. Как определить критерий Фишера-Снедекора?
12. Как рассчитать общую, факторную и остаточную дисперсии?
13. Что показывает полученный график?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шляпугин, Р.В. Лабораторный практикум по ТММ / Р.В. Шляпугин [и др.]. – Иваново: ИВГПУ, 2016. – 100 с.
2. Егоров, С.А. Основы научных исследований / С.А. Егоров, Н.Е. Егорова, Р.Р. Алешин. – Иваново: ИВГПУ, 2014. – 100 с.
3. Зиновьев, В.А. Курс теории механизмов и машин / В.А. Зиновьев. – М.: Наука, 1972.
4. Годлевский, В.А. Введение в анализ экспериментальных данных: учеб. пособие / В.А. Годлевский. – Иваново: Иван. гос. ун-т, 1993. – 176 с.

ПОСТАНОВКА ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Методические указания для студентов всех направлений
подготовки дневной и заочной форм обучения

Составители: Рустем Равилевич Алешин
Сергей Анатольевич Егоров
Роман Владимирович Шляпугин

Рецензент С.В. Селезнев
Редактор Н.Е. Бочкарева

Подписано в печать 12.01.2017.
Формат 1/16 60×84. Трафаретная печать.
Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,89. Тираж 20 экз. Заказ №

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный политехнический университет»
Издательский центр ДИВТ
153000 г. Иваново, Шереметевский проспект, 21