

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования
«Ивановская государственная текстильная академия»
(ИГТА)

Кафедра проектирования текстильных машин

**КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ С ПРИВОДОМ
ОТ ТРЕХЦЕНТРОВЫХ КУЛАЧКОВ**

Методические указания для студентов специальности 170700 (150406)
Машины и аппараты текстильной и легкой промышленности

Иваново 2006

В методических указаниях отражаются вопросы определения кинематических функций толкателей, приводимых в движение трехцентровыми кулачками, а также в сокращенной форме – прикладная задача о кинематическом расчете механизма отклонения иглы швейной машины 26 класса.

Указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения специализации 170704 Машины и аппараты легкой промышленности и рекомендуются к использованию при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам ОАП и РКМЛП (курсовое и дипломное проектирование, контрольные работы и др.), связанных с изложенной темой, в том числе при проведении практических занятий.

Составили: д-р техн. наук, проф. В.А. Суров
ассистент С.В. Селезнев
аспирант У. Чойдон

Научный редактор канд.техн.наук, проф. А.Н. Смирнов

1. Кинематические функции толкателей с приводом от трехцентровых кулачков

1.1. Определение геометрических параметров кулачка

Трехцентровые кулачки используются в приводе механизмов швейных машин для обеспечения движения их рабочих органов с выстоями в крайних положениях: движение толкателя происходит по циклограмме «прямой ход – выстой – обратный ход – выстой». Достоинство этих кулачков заключается в том, что они позволяют выполнить толкатель в форме вилки, исключая необходимость использования для геометрического замыкания контркулачков.

Профиль кулачка выполняется по дугам окружности радиусами R_1 , R_2 и R_3 , R_4 (рис. 1.1) с центрами в точках O_1 и O_2 , O_3 .

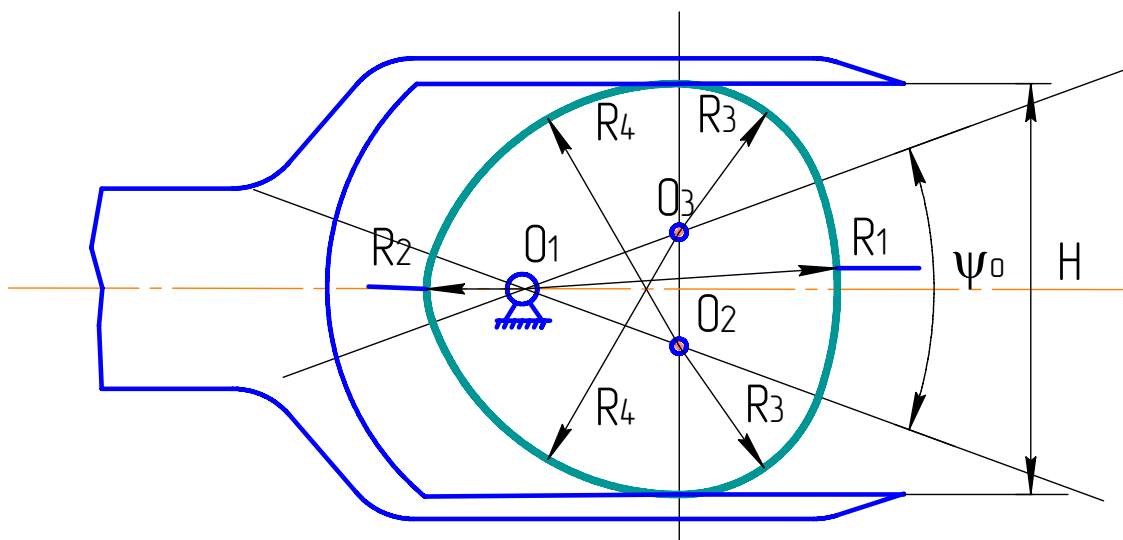


Рис. 1.1.

Обозначим через ψ_0 угол поворота кулачка на фазах выстоя вилки - толкателя. Ход толкателя зависит от величины e :

$$e = R_1 - R_2 .$$

Радиус профиля кулачка R_2 определяется из конструктивных условий, очевидно $R_2 \geq r$, где r - радиус вала кулачка.

Если величины ψ_0 , e и R_2 известны, то остальные параметры кулачковой пары согласно схемы рис. 1.1 будут определяться выражениями [1,2]:

$$R_1 = R_2 + e,$$

$$H = R_1 + R_2,$$

$$R_3 = \frac{H - 2R_1 \sin \psi_0 / 2}{2(1 - \sin \psi_0 / 2)},$$

$$R_1 = H - R_3, \quad O_1O_2 = O_1O_3 = R_1 - R_3, \quad O_2O_3 = R_4 - R_3.$$

Очевидно также, что углы ψ_1 поворота кулачка относительно вилки на фазах ее движения

$$\psi_1 = \pi - \psi_0.$$

1.2. Кинематическое исследование механизма с поступательно движущейся вилкой

На рис. 1.2 показана расчетная схема механизма с поступательно движущейся вилкой. При кинематическом исследовании используем метод обращения движения [3]. За начальное положение механизма примем положение, соответствующее моменту окончания фазы выстоя – началу прямого хода вилки. За обобщенную координату принимаем расстояние x_m от оси вращения кулачка до одной из плоскостей вилки, в данном случае – правой.

На рис. 1.3 в общем виде показана циклограмма движения вилки. В соответствии с рис. 1.2, где через ψ_0 обозначен профильный угол кулачка, соответствующий фазе выстоя, имеем

$$\varphi_1 = (\pi - \psi_0) / 2, \quad \varphi_2 = \pi - \psi_0, \quad \varphi_3 = \pi,$$

$$\varphi_4 = (3\pi - \psi_0) / 2, \quad \varphi_5 = 2\pi - \psi_0.$$

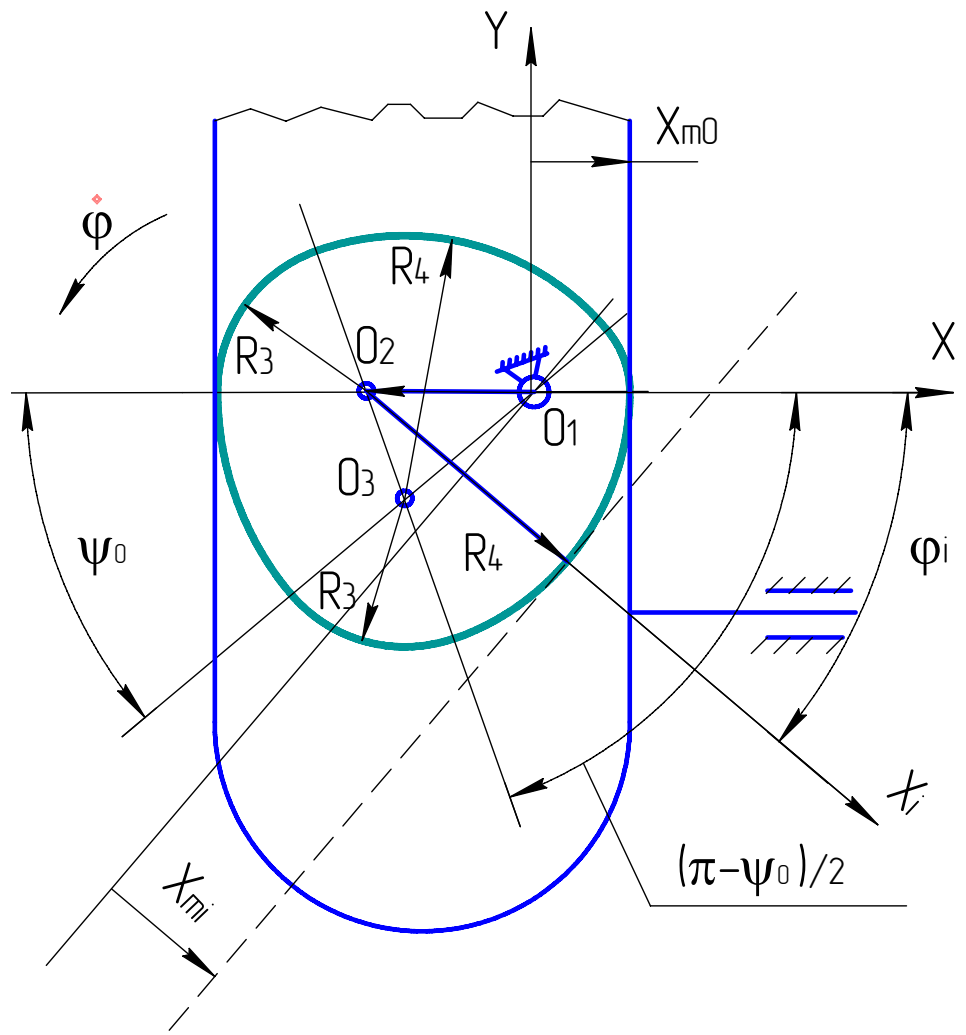


Рис. 1.2

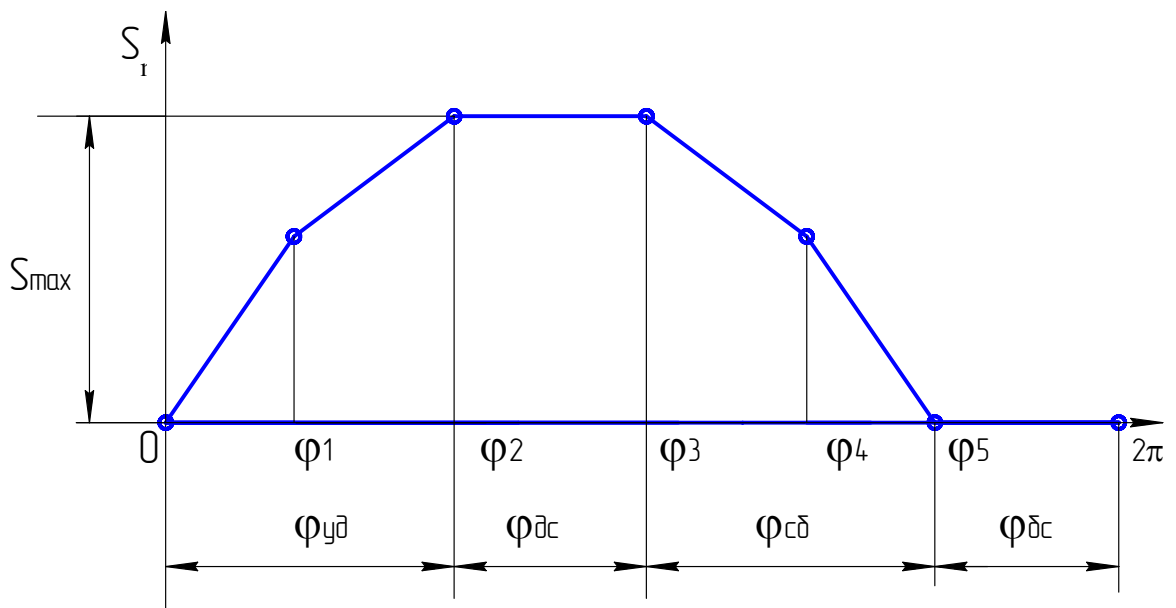


Рис. 1.3

Согласно методу замкнутых векторных контуров имеем:

$$\bar{x}_{m_i} = \overline{O_1 O_2} + \bar{R}_4 \quad \text{при} \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi_1,$$

$$\bar{x}_{m_i} = \overline{O_1 O_3} + \bar{R}_3 \quad \text{при} \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2,$$

$$x_{m_i} = R_1 \quad \text{при} \quad \varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3,$$

$$\bar{x}_{m_i} = \overline{O_1 O_2} + \bar{R}_3 \quad \text{при} \quad \varphi_3 \leq \varphi \leq \varphi_4,$$

$$\bar{x}_{m_i} = \overline{O_1 O_3} + \bar{R}_4 \quad \text{при} \quad \varphi_4 \leq \varphi \leq \varphi_5,$$

$$x_{m_i} = x_{m_0} = R_2 \quad \text{при} \quad \varphi_5 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

После умножения приведенных векторных уравнений на орт \bar{i} обращаемой системы координат определяется перемещение S вилки

$$S_m = x_{m_i} - x_{m_0},$$

а также ее аналоги скоростей S'_m и ускорений S''_m (первая и вторая производные от перемещения по углу поворота кулачка).

Полученные зависимости приведены в таблице 1.1 (при $\dot{\varphi} = const$).

Таблица 1.1

Кинематические характеристики поступательно движущейся вилки

Угол поворота кулачка, φ	Кинематические характеристики S_m, S'_m, S''_m
$0 \leq \varphi \leq \varphi_1$	$S_m = R_4 - R_2 - (R_1 - R_3) \cos \varphi,$ $S'_m = (R_1 - R_3) \sin \varphi,$ $S''_m = (R_1 - R_3) \cos \varphi;$
$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$	$S_m = R_3 - R_2 - (R_1 - R_3) \cos(\psi_0 + \varphi),$ $S'_m = (R_1 - R_3) \sin(\psi_0 + \varphi),$ $S''_m = (R_1 - R_3) \cos(\psi_0 + \varphi);$
$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_3$	$S_m = R_1 - R_2,$ $S'_m = S''_m = 0;$
$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_4$	$S_m = R_3 - R_2 - (R_1 - R_3) \cos \varphi,$ $S'_m = (R_1 - R_3) \sin \varphi,$ $S''_m = (R_1 - R_3) \cos \varphi;$
$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_5$	$S_m = R_4 - R_2 - (R_1 - R_3) \cos(\psi_0 + \varphi),$ $S'_m = (R_1 - R_3) \sin(\psi_0 + \varphi),$ $S''_m = (R_1 - R_3) \cos(\psi_0 + \varphi);$
$\varphi_5 \leq \varphi \leq 2\pi$	$S_m = S'_m = S''_m = 0.$

Анализ приведенных формул показывает, что при переходе точки контакта кулачка с вилкой с рабочего участка одной кривизны на участок другой кривизны будет наблюдаться скачок в ускорениях вилки, то есть механизм с приводом от трехцентрового кулачка работает с мягкими ударами.

1.3. Кинематическое исследование механизма с качающейся вилкой

Аналогично предыдущему за начальное положение механизма примем положение, соответствующее окончанию ближнего стояния – началу фазы удаления (рис. 1.4). Обозначим через R расстояние от оси вращения вилки до ее рабочей плоскости. Обозначим через β_0 угловую координату радиус-вектора \bar{R} в начальном положении, через \bar{L} - межосевое расстояние. Согласно расчетной схеме

$$\beta_0 = \pi - \arccos\left(\frac{R - R_2}{\bar{L}}\right). \quad (1.1)$$

Цикловая диаграмма работы механизма будет аналогична показанной на рис. 1.3, однако фазовые углы поворота кулачка φ_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) будут зависеть не только от величины ψ_0 . Для определения этих углов используем метод инверсии, так же, как и в предыдущем случае.

Пусть точка контакта кулачка с вилкой находится на границе участков профиля с радиусами кривизны R_4 и R_3 (точка K_1 , рис. 1.4). Плоскость вилки в данном положении будет перпендикулярна линии O_3O_2 (вектор \bar{l}^1). Ось O_1X в обратном движении повернется на искомый угол φ_1 и займет положение O_1X^1 . Вектор \bar{R}^1 расстояния от оси вращения вилки до ее рабочей плоскости в обращенной системе координат будет координироваться углом β_1 . Рассмотрим контур $O_1O_2K_1aO_1$. Условие замкнутости его имеет вид

$$\bar{O}_1\bar{O}_2 + \bar{R}_3 + \bar{l}^1 = \bar{L}^1 + \bar{R}^1.$$

Спроецируем этот контур на вектор \bar{R}^1 , будем иметь

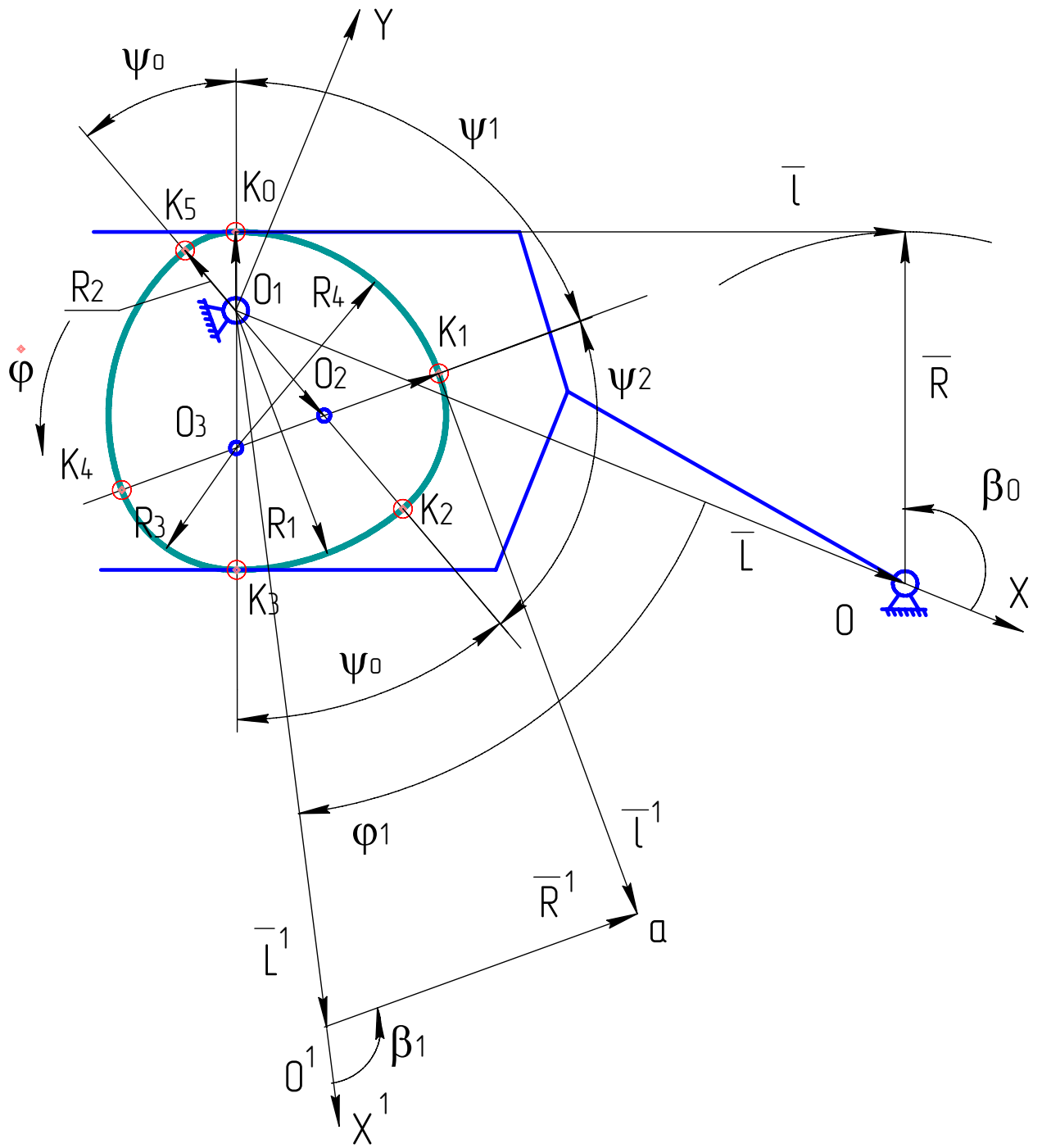


Рис. 1.4

$$O_1O_2 \cos \psi_2 + R_3 = -L \cos(\pi - \beta_1) + R,$$

откуда

$$\beta_1 = \pi - \arccos\left(\frac{R - O_1O_2 \cos \psi_2 - R_3}{\bar{L}}\right). \quad (1.2)$$

После этого определяется угол φ_1 . Согласно расчетной схемы с одной стороны

$$\angle K_o O_1 O^1 = \beta_o + \varphi_1,$$

с другой стороны

$$\angle K_o O_1 O^1 = \beta_1 + \psi_1,$$

то есть

$$\varphi_1 = \beta_1 - \beta_o + \psi_1, \quad (1.3)$$

Аналогично получим

$$\beta_2 = \pi - \arccos\left(\frac{R - R_1}{\bar{L}}\right), \quad (1.4)$$

$$\varphi_2 = \beta_2 - \beta_o + \psi_1 + \psi_2. \quad (1.5)$$

Далее следует фаза выстоя, поэтому

$$\beta_3 = \beta_2, \quad \varphi_3 = \varphi_2 + \psi_o. \quad (1.6)$$

Когда в контакт с данной плоскостью вилки входит точка K_4 , имеем

$$\beta_4 = \pi + \arccos\left(\frac{R - O_1 O_2 \cos \psi_2 - R_3}{L}\right), \quad (1.7)$$

$$\varphi_4 = \beta_4 - \beta_o + \psi_1 + \pi. \quad (1.8)$$

Далее очевидно, что

$$\beta_5 = \beta_o, \quad \varphi_5 = 2\pi - \psi_o. \quad (1.9)$$

Для определения закона $\beta_m(\varphi)$ углового перемещения толкателя рассмотрим в неподвижной системе координат условия замкнутости соответствующих замкнутых контуров $O_1O_jKOO_1$ (где O_j - центр кривизны участка профиля, контактирующего с вилкой, K - точка контакта):

$$\begin{aligned}
 \overline{O_1O_3} + \overline{R_4} + \overline{l} &= \overline{L} + \overline{R} && \text{при} && 0 \leq \varphi \leq \varphi_1, \\
 \overline{O_1O_2} + \overline{R_3} + \overline{l} &= \overline{L} + \overline{R} && \text{при} && \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \\
 \overline{O_1O_3} + \overline{R_3} + \overline{l} &= \overline{L} + \overline{R} && \text{при} && \varphi_3 \leq \varphi \leq \varphi_4, \\
 \overline{O_1O_2} + \overline{R_4} + \overline{l} &= \overline{L} + \overline{R} && \text{при} && \varphi_4 \leq \varphi \leq \varphi_5.
 \end{aligned}
 \tag{1.10}$$

Обратимся к первому из этих условий. Представим вектора в виде произведений их модулей на единичные вектора

$$O_1O_3\overline{e}_3 + R_4\overline{e}_\beta - l\overline{e}' = L\overline{i} + R\overline{e}_\beta, \tag{1.11}$$

где \overline{e}_3 - единичный вектор, координируемый в данной зоне контакта углом

$\beta_0 + \varphi + \pi$ (в соответствии с рис. 1.4);

\overline{e}_β - вектор, координируемый углом β ;

\overline{i} - орт оси X системы координат.

Умножая это уравнение на вектор \overline{e}_β , получим

$$O_1O_3 \cos(\pi + \beta_0 + \varphi - \beta) + R_4 = L \cos \beta + R,$$

откуда после преобразований найдем

$$\beta(\varphi) = \arcsin\left(\frac{R_4 - R}{A(\varphi)}\right) - \alpha(\varphi) + k\pi, \tag{1.12}$$

$k = 0$ при $R_4 - R > 0$,

$k = 1$ при $R_4 - R < 0$,

где

$$A(\varphi) = \sqrt{[L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi)]^2 + [O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi)]^2},$$

$$\alpha(\varphi) = \operatorname{arctg} \left[\frac{L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi)}{O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi)} \right].$$

Угловое перемещение вилки

$$S(\varphi) = \beta_0 - \beta(\varphi). \quad (1.13)$$

Для определения аналогов угловой скорости вилки продифференцируем выражение (1.11) по углу поворота кулака

$$O_1 O_3 \bar{e}'_3 + R_4 \beta'(\varphi) \cdot \bar{e}'_\beta - l' \bar{e}'_\beta - l \beta'(\varphi) \bar{e}''_\beta = R \beta'(\varphi) \cdot \bar{e}'_\beta. \quad (1.14)$$

Умножая полученное уравнение на единичный вектор \bar{e}_β , найдем

$$\beta'(\varphi) = (O_1 O_3 / l) \sin(\beta - \beta_0 - \varphi). \quad (1.15)$$

Модуль l определяется из уравнения (1.11). После умножения его на единичный вектор \bar{e}_β имеем

$$l = L \sin \beta + O_1 O_2 \sin(\beta - \beta_0 - \varphi), \quad (1.16)$$

то есть аналог угловой скорости вилки $\beta'(\varphi)$ определен.

Аналог углового ускорения $\beta''(\varphi)$ определится после дифференцирования уравнения (1.14). Имеем

$$O_1O_3\bar{e}_3^z + R_4\beta''\bar{e}'_\beta + R_4(\beta')^2\bar{e}''_\beta - l''\bar{e}'_\beta - 2l'\beta' \cdot \bar{e}''_\beta - \\ - l\beta'' \cdot \bar{e}''_\beta - l(\beta')^2\bar{e}'''_\beta = R\beta'' \cdot \bar{e}'_\beta + R(\beta')^2\bar{e}''_\beta .$$

Умножая полученное равенство на единичный вектор \bar{e}_β , после преобразования найдем

$$\beta''(\varphi) = \frac{(R_4 - R)(\beta')^2 - 2l'\beta' - O_1O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi)}{l} . \quad (1.17)$$

Модуль l' находится из уравнения (1.14), и после умножения его на вектор \bar{e}'_β получим

$$l' = (R_4 - R)\beta'(\varphi) - O_1O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi) . \quad (1.18)$$

Аналогично определяются кинематические характеристики вилки на последующих фазах ее движения. Полученные зависимости приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2.

Кинематические характеристики возвратно качающейся вилки

Угол поворота кулачка, φ	Кинематические характеристики $S(\varphi), \beta'(\varphi), \beta''(\varphi)$
$0 \leq \varphi \leq \varphi_1$	$S(\varphi) = \beta_0 - \arcsin\left(\frac{R_4 + R}{A(\varphi)}\right) + \alpha(\varphi) + k\pi,$ $\beta'(\varphi) = (O_1O_3 / l) \sin(\beta - \beta_0 - \varphi),$ $\beta''(\varphi) = \frac{(R_4 - R)(\beta')^2 - 2l'\beta' - O_1O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi)}{l};$

	$A(\varphi) = \sqrt{(L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi))^2 + (O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi))^2},$ $\alpha(\varphi) = \arctg \left[\frac{L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi)}{O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi)} \right],$ $l = L \sin \beta + O_1 O_3 \sin(\beta - \beta_0 - \varphi),$ $l' = (R_4 - R) \beta'(\varphi) - O_1 O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi).$
$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$	$S(\varphi) = \beta_0 - \arcsin \left(\frac{R_3 - R}{A(\varphi)} \right) + \alpha(\varphi) + k\pi,$ $\beta'(\varphi) = (O_1 O_2 / l) \sin(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0),$ $\beta''(\varphi) = \frac{(R_3 - R)(\beta')^2 - 2l'\beta' - O_1 O_2 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0)}{l};$ $A(\varphi) = \sqrt{(L + O_1 O_2 \cos(\beta_0 + \varphi + \psi_0))^2 + (O_1 O_2 \sin(\beta_0 + \varphi + \psi_0))^2},$ $\alpha(\varphi) = \arctg \left[\frac{L + O_1 O_2 \cos(\beta_0 + \varphi + \psi_0)}{O_1 O_2 \sin(\beta_0 + \varphi + \psi_0)} \right],$ $l = L \sin \beta + O_1 O_2 \sin(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0),$ $l' = (R_3 - R) \beta'(\varphi) - O_1 O_2 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0).$
$\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$	$S(\varphi) = S(\varphi_2), \quad \beta'(\varphi) = 0, \quad \beta''(\varphi) = 0.$
$\varphi_3 \leq \varphi \leq \varphi_4$	$S(\varphi) = \beta_0 - \arcsin \left(\frac{R_3 - R}{A(\varphi)} \right) + \alpha(\varphi) + k\pi,$ $\beta'(\varphi) = (O_1 O_3 / l) \sin(\beta - \beta_0 - \varphi),$ $\beta''(\varphi) = \frac{(R_3 - R)(\beta')^2 - 2l'\beta' - O_1 O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi)}{l};$ $A(\varphi) = \sqrt{(L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi))^2 + (O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi))^2},$ $\alpha(\varphi) = \arctg \left[\frac{L + O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi)}{O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi)} \right],$ $l = L \sin \beta + O_1 O_3 \sin(\beta - \beta_0 - \varphi),$ $l' = (R_3 - R) \beta'(\varphi) - O_1 O_3 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi).$

$\varphi_4 \leq \varphi \leq \varphi_5$	$S(\varphi) = \beta_0 - \arcsin\left(\frac{R_4 - R}{A(\varphi)}\right) + \alpha(\varphi) + k\pi,$ $\beta'(\varphi) = (O_1O_2 / l) \sin(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0),$ $\beta''(\varphi) = \frac{(R_4 - R)(\beta')^2 - 2l'\beta' - O_1O_2 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0)}{l};$ $A(\varphi) = \sqrt{(L + O_1O_2 \cos(\beta_0 + \varphi + \psi_0))^2 + (O_1O_2 \sin(\beta_0 + \varphi + \psi_0))^2},$ $\alpha(\varphi) = \arctg\left[\frac{L + O_1O_2 \cos(\beta_0 + \varphi + \psi_0)}{O_1O_2 \sin(\beta_0 + \varphi + \psi_0)}\right],$ $l = L \sin \beta + O_1O_2 \sin(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0),$ $l' = (R_4 - R)\beta'(\varphi) - O_1O_2 \cos(\beta - \beta_0 - \varphi - \psi_0).$
$\varphi_5 \leq \varphi \leq \varphi_6$	$S(\varphi) = 0, \quad \beta'(\varphi) = 0, \quad \beta''(\varphi) = 0.$

2. Кинематическое исследование механизма отклонения иглы швейной машины 26 класса

2.1. Определение фазовых углов поворота кулачка

Расчетная схема данного механизма и циклограмма его работы представлены на рис. 2.1. Начало системы координат принято в т. O_1 оси вращения кулачка, ось X направлена по линии центров O_5O_1 . За исходное положение механизма принято положение, соответствующее началу подъема вилки. Через точки K_i обозначены точки сопряжения участков профилей кулачка различной кривизны, через φ_{K_i} - углы поворота кулачка, соответствующие моменту контакта этих точек с верхней плоскостью вилки. Данные углы определяются методом обращения движения.

Обозначим через β_i углы, координирующие векторы O_1K_i в моменты касания точек K_i с верхней плоскостью вилки. Через a обозначим расстояние от оси B вилки до ее верхней плоскости. За модуль вектора \bar{c} принята величина $c = a - b$, где b - расстояние до обозначенной плоскости от оси A .

Рассмотрим два контура: $O_1O_4BCK_0O_1$ и $O_1O_4BAO_5O_1$. Представляя соответствующие вектора в виде произведения их модулей на единичные вектора, запишем условия замкнутости этих контуров

$$\left. \begin{aligned} X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + a\bar{e}_1 - l_0\bar{e}'_1 - R_2\bar{e}_1 &= 0, \\ X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + c\bar{e}_1 - l_2\bar{e}'_1 - X_{O5}\bar{i} - Y_{O5}\bar{j} - l\bar{e}_5 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где через l обозначен модуль вектора $\overline{O_5A}$.

Умножим скалярно первое из этих уравнений на вектор \bar{e}_1 , а второе – на \bar{e}'_5 . Из результатов выразим углы φ_{30} , координирующие вектор \bar{l}_3 в начальном (исходном) положении механизма. Приравняв полученные выражения, будем иметь

$$\begin{aligned} \alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta_0 - \alpha) + l_2 \cos(\beta_0 - \alpha)}{l_3} = \\ = \beta_0 + \arccos \frac{R_2 - a - X_{O4} \cos \beta_0}{l_3}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

откуда находится угол β_0 , определяющий начальное положение кулачка.

Угол β_1 , определяющий положение вектора $\overline{OK_1}$ в момент касания с вилкой точки K_1 , найдем используя метод инверсии. В данном положении плоскости вилки будет перпендикулярен вектор $\overline{O_3K_1}$, по модулю равный радиусу профиля R_4 . Аналогично предыдущему рассмотрим два контура: $O_1O_4BCK_1O_3O_1$ и $O_1O_4BAO_5O_1$.

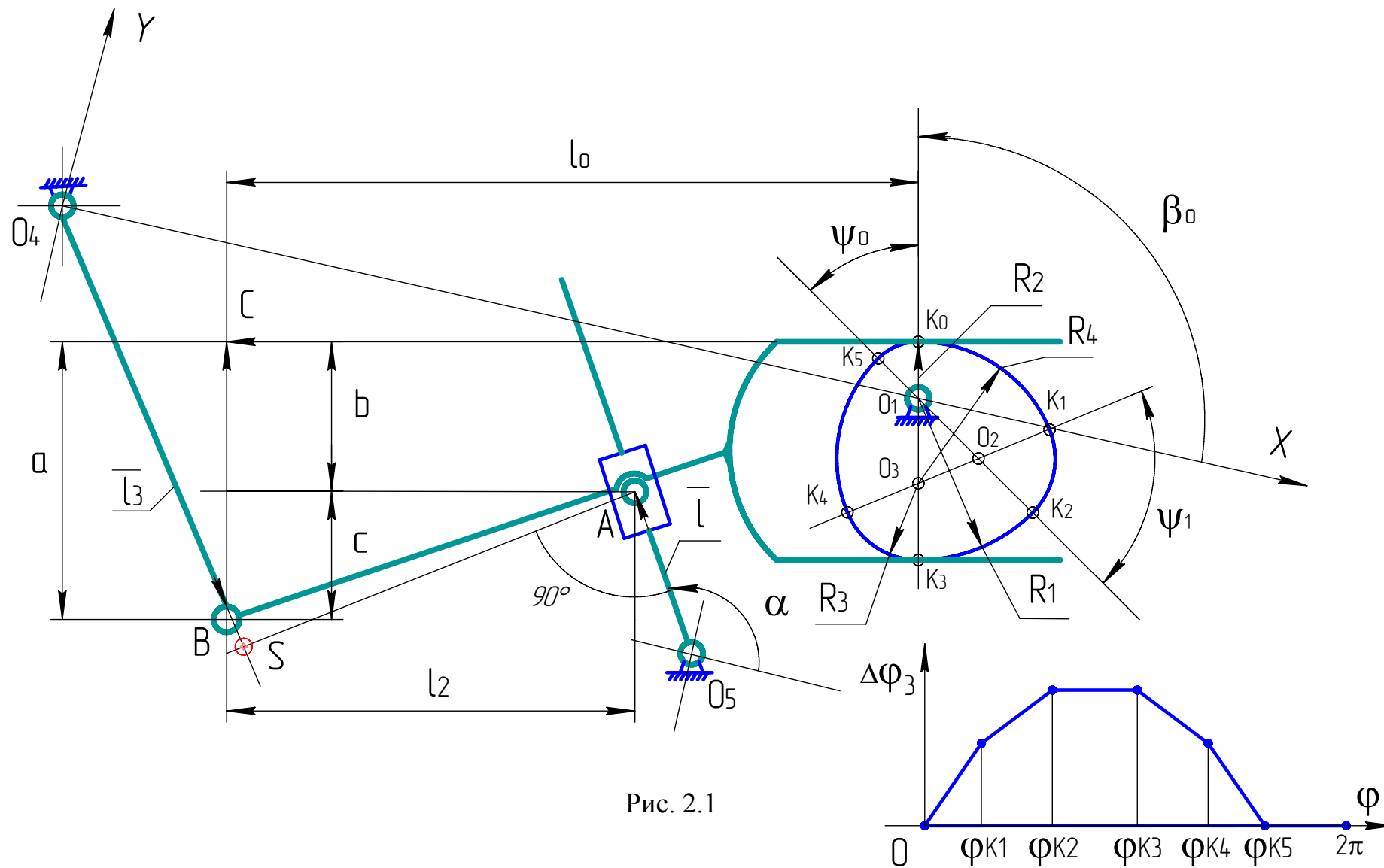


Рис. 2.1

Условия замкнутости

$$\left. \begin{aligned} X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + a\bar{e}_1 - l_0\bar{e}'_1 - O_1O_3\bar{e}_{O3} - R_4\bar{e}_1 &= 0, \\ X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + c\bar{e}_1 - l_2\bar{e}_1 - X_{O5}\bar{i} - Y_{O5}\bar{j} - l\bar{e}_5 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Единичный вектор \bar{e}_{O3} в обращенной системе координат координируется углом $\beta_1 - \psi_1 - \psi_0$. После соответствующих преобразований получим уравнение для определения угла β_1

$$\begin{aligned} &\alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta_1 - \alpha) + l_2 \cos(\beta_1 - \alpha)}{l_3} = \\ &= \beta_1 + \arccos \frac{R_4 - a - X_{O4} \cos \beta_1 + O_1O_3 \cos(\psi_1 + \psi_0)}{l_3}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Для определения угла β_2 в обращенной системе координат рассматривается условие замкнутости контура $O_1O_4BCK_2O_1$, второй контур – тот же, что и в предыдущих случаях, $O_1O_4BAO_5O_1$. После аналогичных выкладок получим уравнение

$$\begin{aligned} &\alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta_2 - \alpha) + l_2 \cos(\beta_2 + \alpha)}{l_3} = \\ &= \beta_2 + \arccos \frac{R_1 - a - X_{O4} \cos \beta_2}{l_3}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Так как далее следует фаза выстоя, то $\beta_3 = \beta_2$. Для определения угла β_4 будем иметь

$$\alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta_4 + \alpha) + l_2 \cos(\beta_4 - \alpha)}{l_3} =$$

$$= \beta_4 + \arccos \frac{R_4 - a - X_{O_4} \cos \beta_4 + O_1 O_2 \cos(\psi_0 + \psi_1)}{l_3}. \quad (2.6)$$

Очевидно также, что $\beta_5 = \beta_0$. Имея углы β_i можно определить фазовые углы φ_i поворота кулачка. Например, согласно рис. 2.1

$$\beta_0 + \pi + \psi_0 + \psi_1 + \varphi_{K1} - 2\pi = \beta_1,$$

то есть

$$\varphi_{K1} = \beta_1 - \beta_0 + \psi_1.$$

Далее будем иметь

$$\varphi_{K2} = \beta_2 - \beta_0 + 2\psi_1,$$

$$\varphi_{K3} = \varphi_2 + \psi_0,$$

$$\varphi_{K4} = 2\pi + \beta_4 - \beta_0 - \psi_1,$$

$$\varphi_{K5} = 2\pi - \psi_0.$$

2.2. Кинематическое исследование

Основная задача исследования – определение кинематических функций выходного звена, то есть зависимостей $\varphi_3(\varphi)$, $\varphi'_3(\varphi)$, $\varphi''_3(\varphi)$.

Обозначим через K точку контакта кулачка с верхней плоскостью вилки в текущем положении механизма. Рассмотрим первую фазу движения механизма, когда угол поворота кулачка изменяется от нуля до φ_{K1} , т.е. $0 \leq \varphi \leq \varphi_{K1}$. На этой фазе рабочим является профиль с центром кривизны, расположенным в т. O_3 кулачка. Запишем условия замкнутости векторных контуров $O_1 O_4 B S K O_3 O_1$ и $O_1 O_4 B A O_5 O_1$

$$\left. \begin{aligned} X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + a\bar{e}_1 - l_o\bar{e}'_1 - O_1O_3\bar{e}_{O3} - R_4\bar{e}_1 &= 0, \\ X_{O4}\bar{i} + l_3\bar{e}_3 + c\bar{e}_1 - l_2\bar{e}'_1 - X_{O5}\bar{i} - Y_{O5}\bar{j} - l\bar{e}_5 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Из каждого уравнения этой системы выразим искомую функцию $\varphi_3(\varphi)$, умножив первое уравнение на единичный вектор \bar{e} , второе - на \bar{e}'_5 . Будем иметь соответственно

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3 &= \beta + \arccos \frac{R_4 - a - X_{O4} \cos \beta - O_1O_3 \cos(\beta_o - \varphi - \beta)}{l_3}, \\ \varphi_3 &= \alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta - \alpha) + l_2 \cos(\beta - \alpha)}{l_3}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Решая систему (2.8) трансцендентных уравнений, например, методом вариации параметра [5], найдем угловую координату φ_3 коромысла O_4B , а также координату β вектора $\overline{OK_1}$.

Для дальнейших решений необходимо иметь модуль l_o вектора \overline{CK} , который получим, умножив первое уравнение системы (2.7) на вектор \bar{e}'_1

$$l_o = l_3 \sin(\varphi_3 - \beta) - X_{O4} \sin \beta + O_1O_3 \sin(\beta_o + \varphi - \beta). \quad (2.9)$$

Далее продифференцируем систему (2.1) по углу φ поворота кулачка

$$\left. \begin{aligned} l_3\varphi'_3\bar{e}'_3 + a\bar{e}'_1\beta' - l'_o\bar{e}'_1 - l_o\beta'\bar{e}''_1 - O_1O_3\bar{e}'_{O3} - R_4\beta'\bar{e}_1 &= 0, \\ l_3\varphi'_3\bar{e}'_3 + a\bar{e}'_1\beta' - l_2\bar{e}''_1\beta' - \bar{l}'\bar{e}_5 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Умножив эту систему на орты \bar{i} и \bar{j} , после преобразований получим систему линейных уравнений относительно неизвестных аналогов $\varphi'_3, \beta', l'_o, l'$.

$$\left\{ \begin{array}{l} (-l_3 \sin \varphi_3) \varphi'_3 + ((R_4 - a) \sin \beta + l_o \cos \beta) \beta' + (\sin \beta) l'_o = \\ = O_1 O_3 \sin(\beta_o + \varphi), \\ (l_3 \cos \varphi_3) \varphi'_3 + ((R_4 - a) \cos \beta + l_o \sin \beta) \beta' - (\cos \beta) l'_o = \\ = -O_1 O_3 \cos(\beta_o + \varphi), \\ (-l_3 \sin \varphi_3) \varphi'_3 + ((l_2 \cos \beta - c \sin \beta) \beta' - (\cos \alpha \beta) l' = 0, \\ (l_3 \cos \varphi_3) \varphi'_3 + ((l_2 \sin \beta + c \cos \beta) \beta' - (\sin \alpha \beta) l' = 0. \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Решение этой системы можно представить в виде [6]

$$Q'_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad \beta' = \frac{\Delta \beta}{\Delta}, \quad l'_o = \frac{\Delta_o}{\Delta}, \quad l' = \frac{\Delta_5}{\Delta}, \quad (2.11)$$

где Δ - характеристический определитель системы из коэффициентов при неизвестных;

$\Delta_3, \Delta \beta, \Delta_o, \Delta_5$ - определители, полученные путем замены столбца из коэффициентов при соответствующем неизвестном правой частью системы (2.10).

Подобным образом находятся положения и аналоги скоростей на последующих фазах движения кулачка. При $\varphi_{K1} \leq \varphi \leq \varphi_{K2}$ исходными данными будут условия замкнутости контуров $O_1 O_4 B C K O_2 O_1$ и того же $O_1 O_4 B A O_5 O_1$

$$\left. \begin{array}{l} X_{O_4 \bar{i}} + l_3 \bar{e}_3 + a \bar{e}_1 - l_o \bar{e}'_1 - O_1 O_2 \bar{e}_{O_2} - R_3 \bar{e}_1 = 0, \\ X_{O_4 \bar{i}} + l_3 \bar{e}_3 + c \bar{e}_1 - l_2 \bar{e}'_1 - X_{O_5 \bar{i}} - Y_{O_5 \bar{j}} - l \bar{e}_5 = 0. \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

Уравнения для определения зависимости $\varphi_3(\varphi)$ будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3 &= \beta + \arccos \frac{R_3 - a - X_{O4} \cos \beta - O_1 O_2 \cos(\beta_0 + \psi_0 + \varphi - \beta)}{l_3}, \\ \varphi_3 &= \alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta - \alpha) + l_2 \cos(\beta - \alpha)}{l_3}. \end{aligned} \right\} (2.13)$$

Модуль вектора \overline{CK}

$$l_o = l_3 \sin(\varphi_3 - \beta) - X_{O4} \sin \beta + O_1 O_2 \sin(\beta_0 + \psi_0 + \varphi - \beta). \quad (2.14)$$

Система уравнений для определения аналогов скоростей

$$\left. \begin{aligned} (-l_3 \sin \varphi_3) \varphi_3' + ((R_3 - a) \sin \beta + l_o \cos \beta) \beta' + (\sin \beta) l_o' &= \\ &= O_1 O_2 \sin(\beta_0 + \psi_0 + \varphi), \\ (l_3 \cos \varphi_3) \varphi_3' - ((R_3 - a) \cos \beta + l_o \sin \beta) \beta' - (\cos \beta) l_o' &= \\ &= -O_1 O_2 \cos(\beta_0 + \psi_0 + \varphi), \\ (-l_3 \sin \varphi_3) \varphi_3' + (l_2 \cos \beta - c \sin \beta) \beta' - (\cos \alpha) l' &= 0, \\ (l_3 \cos \varphi_3) \varphi_3' + (l_2 \sin \beta + c \cos \beta) \beta' - (\sin \alpha) l' &= 0. \end{aligned} \right\} (2.15)$$

На фазах обратного хода будем иметь следующее. При $\varphi_{K3} \leq \varphi \leq \varphi_{K4}$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3 &= \beta + \arccos \frac{R_3 - a - X_{O4} \cos \beta - O_1 O_3 \cos(\beta_0 + \varphi - \beta)}{l_3}, \\ \varphi_3 &= \alpha + \arcsin \frac{(X_{O4} - X_{O5}) \sin \alpha + Y_{O5} \cos \alpha - c \sin(\beta - \alpha) + l_2 \cos(\beta - \alpha)}{l_3}; \end{aligned} \right\} (2.16)$$

$$l_o = l_3 \sin(\varphi_3 - \beta) - X_{O4} \sin \beta + O_1 O_3 \sin(\beta_0 + \varphi - \beta); \quad (2.17)$$

$$\left. \begin{aligned}
(-l_3 \sin \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + ((R_3 - a) \sin \beta + l_o \cos \beta) \beta' + (\sin \beta) l'_o &= \\
= O_1 O_3 \sin(\beta_o + \varphi), \\
(l_3 \cos \varphi_3) \dot{\varphi}_3 - ((R_3 - a) \cos \beta - l_o \sin \beta) \beta' - (\cos \beta) l'_o &= \\
= -O_1 O_3 \cos(\beta_o + \varphi), \\
(-l_3 \sin \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + (l_2 \cos \beta - c \sin \beta) \beta' - (\cos \alpha) l' &= 0, \\
(l_3 \cos \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + (l_2 \sin \beta + c \cos \beta) \beta' - (\sin \alpha) l' &= 0.
\end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

При $\varphi_{\kappa 4} \leq \varphi \leq \varphi_{\kappa 5}$

$$\left. \begin{aligned}
\varphi_3 = \beta + \arccos \frac{R_4 - a - X_{o5} \cos \beta - O_1 O_2 \cos(\beta_o + \psi_o + \varphi - \beta)}{l_3}, \\
\varphi_3 = \alpha + \arcsin \frac{(X_{o4} - X_{o5}) \sin \alpha + Y_{o5} \cos \alpha - c \sin(\beta - \alpha) + l_2 \cos(\beta - \alpha)}{l_3}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

$$l_o = l_3 \sin(\varphi_3 - \beta) - X_{o4} \sin \beta + O_1 O_2 \sin(\beta_o + \psi_o + \varphi - \beta). \quad (2.20)$$

$$\left. \begin{aligned}
(-l_3 \sin \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + ((R_4 - a) \sin \beta + l_o \cos \beta) \beta' + (\sin \beta) l'_o &= \\
= O_1 O_2 \sin(\beta_o + \psi_o + \varphi), \\
(l_3 \cos \varphi_3) \dot{\varphi}_3 - ((R_4 - a) \cos \beta - l_o \sin \beta) \beta' - (\cos \beta) l'_o &= \\
= -O_1 O_2 \cos(\beta_o + \psi_o + \varphi), \\
(-l_3 \sin \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + (l_2 \cos \beta - c \sin \beta) \beta' - (\cos \alpha) l' &= 0, \\
(l_3 \cos \varphi_3) \dot{\varphi}_3 + (l_2 \sin \beta + c \cos \beta) \beta' - (\sin \alpha) l' &= 0.
\end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Если продифференцировать уравнения (2.10), (2.15), (2.18) и (2.21), то получим системы линейных уравнений относительно неизвестных аналогов ускорений $\ddot{\varphi}_3$, $\ddot{\beta}$, \ddot{l}'_o , \ddot{l}' на соответствующих фазах движения механизма. Решение этих систем будет аналогично выражениям (2.11).

2.3. Определение координат точки Асура

По классификации Асура рассматриваемый механизм относится к механизмам III класса 3-го порядка. В связи с этим при проведении силового расчета необходимо знать положение особой точки.

С целью упрощения расчетов примем допущение, что реакцию в ползуне со стороны неподвижной направляющей можно считать сосредоточенной, и линия ее действия проходит через ось шарнира А (рис. 2.1). Если учесть возникающую в поступательной паре силу трения, то эта линия в принятой системе будет координироваться углом $\alpha - \frac{\pi}{2} - \gamma$ при движении ползуна вверх и $\alpha - \frac{\pi}{2} + \gamma$ - при движении вниз (через γ обозначен угол трения в паре ползун – направляющая). Из трех существующих для расчетов удобнее принять точку S Асура, находящуюся на пересечении линии действия обозначенной реакции с осью коромысла 3. Для определения координат этой точки согласно схемы рис. 2.1 имеем два уравнения

$$Y_S / (X_S - X_{O4}) = \operatorname{tg} \varphi_3,$$

$$(Y_A - Y_S) / (X_A - X_S) = \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \mp \gamma \right),$$

откуда получим

$$X_S = \frac{Y_A - X_A \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \mp \gamma \right) + X_{O4} \operatorname{tg} \varphi_3}{\operatorname{tg} \varphi_3 - \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \mp \gamma \right)}, \quad (2.22)$$

$$Y_S = X_S \operatorname{tg} \varphi_3 - X_{O4} \operatorname{tg} \varphi_3.$$

Координаты точки A

$$X_A = X_{O5} + l \cos \alpha, \quad Y_A = Y_{O5} + l \sin \alpha.$$

В заключение приведем геометрические параметры механизма отклонения иглы машины 26 класса

$$R_1 = \text{мм}, e = \text{мм}, \psi_0 = 0;$$

$$X_{O4} = \text{мм}, X_{O5} = \text{мм}, Y_{O5} = \text{мм};$$

$$a = \text{мм}, b = \text{мм}, AB = \text{мм}, l_3 = \text{мм}.$$

Список рекомендуемой литературы

1. Пищиков В.А. Профилирование трехцентровых кулачков для механизмов швейных машин / В.А. Пищиков, О.Н. Гордеев // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1975. - № 5. – с.

2. Машиностроение. Энциклопедия / Ред. Совет: К.В. Фролов (пред.) и др. – М.: Машиностроение. Машины и агрегаты текстильной и легкой промышленности. Т.IV-13 /И.А. Мартынов, А.Ф. Прошков, А.П. Яскин и др.: Под общ. Ред. И.А. Мартынова. 1997. – 608 с.

3. Зиновьев Вяч. Курс теории механизмов и машин / Вяч. Зиновьев. – М.: Наука, 1972. – 384 с.

4. Андриянов В.М. Теоретические основы автоматизированного расчета стержневых механизмов текстильных машин / В.М. Андриянов, В.А. Суров: текст лекций. – Иваново: ИвТИ, 1988. – 48с.

5. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике /П.Ф. Фильчиков. – Киев: Наукова думка, 1973. – 743 с.

6. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.